

内接ギヤポンプの理論トルクと理論押しつけ容積の計算

Calculation of Theoretical Torque and Displacement in Internal Gear Pump

稲熊義治 Y. INAGUMA

This paper describes numerical determination of theoretical torque (ideal torque) and theoretical stroke volume (pump displacement) in an internal gear pump without crescent, which has been commonly used for an automatic transmission and continuously variable transmission in a vehicle because of its high mechanical efficiency. For estimating the pump efficiencies accurately, determining the accurate theoretical torque and theoretical displacement of the pump is important.

In this paper, the calculation method in consideration of the contact points for meshing and sealing between the drive and driven gear for the accurate theoretical torque and displacement of the internal gear pump without crescent such as a gerotor pump is presented.

Key Words: hydraulic power system, hydraulic pump, internal gear pump, theoretical torque, theoretical displacement, calculation method

1. はじめに

比較的低压仕様の内接ギヤポンプは、構造が簡単で部品点数も少なく、組付けが容易であることから、自動車のエンジンの潤滑油供給用ポンプや自動変速機の潤滑および油圧制御用ポンプとして、従来から広く使用されている。近年は、5MPa以上で使用される無段変速機CVT (Continuously Variable Transmission) にも使用されている^{1) 2)}。また、自動車の低燃費化に対して、油圧ポンプなどの補機類の効率向上が従来にも増して求められ、内接ギヤポンプも、従来のドライブギヤの歯先とドリブンギヤの歯先部分で吐出圧力部と吸入圧力部をシールするための三日月断面形のクレセントと呼ばれる仕切り板のあるポンプから、外歯と内歯の歯先部分でシールするクレセントのないポンプが主流となりつつある。ポンプの効率向上を図るには、まずポンプの理論トルクと理論押しつけ容積の値を正確にすることが重要となる。

一般のインボリュート歯形を含めたクレセントのある内接ギヤポンプでの理論トルクおよび理論押しつけ容積の計算法については、すでに述べられているが³⁾、クレセントのない内接ギヤポンプについては、あまり明確になっていないといえる。

そこで本報では、以前に報告した平衡形ベーンポンプ

と同じ計算方法⁴⁾を用いて、クレセントのない内接ギヤポンプの理論トルクおよび理論押しつけ容積を計算する方法について述べる。

2. 主な記号

- b : ギヤの幅
- F_1 : ドリブンギヤのかみあい側歯面に働く油圧力
- F_2 : ドリブンギヤかみあい点に働くドライブギヤからの力
- F_3 : ドリブンギヤのシール側歯面に働く油圧力
- F_4 : ドライブギヤのかみあい側歯面に働く油圧力
- F_5 : ドライブギヤかみあい点に働くドリブンギヤからの力
- F_6 : ドライブギヤのシール側歯面に働く油圧力
- N : ポンプ回転速度
- p_d : 吐出圧力
- p_s : 吸入圧力
- Δp : 吐出圧力と吸入圧力の差 ($= p_d - p_s$)
- r_1 : ドリブンギヤ中心からかみあい点までの半径
- r_2 : ドリブンギヤ中心からシール点までの半径
- r_3 : ドライブギヤ中心からかみあい点までの半径
- r_4 : ドライブギヤ中心からシール点までの半径
- T_{th} : 理論トルク

V_{th} : 1回転当たりの理論押しのけ容積

z : ドライブギヤ歯数

ϕ : かみあい点での歯の圧力角

θ : ドライブギヤの回転角度

添字

R : 半径方向成分

θ : 円周方向成分

3. ポンプの構造

まず、クレセントのない内接ギヤポンプについて説明する。ポンプの内部はドライブギヤ（内側の外歯歯車）とドリブンギヤ（外側の内歯歯車）からなる。歯の形状についてはトロコイド曲線を用いたものや、図1に示すハイサイクロイド曲線を組み合わせたものがよく知られている。これらのポンプでは図2に示すポンプと異なり、複数のドライブギヤ歯先およびドリブンギヤ歯先部とのシール機能をもたせたクレセントがなく、吐出部と吸入部のシールはドライブギヤの歯先部とドリブンギヤ歯先部との1箇所の接触（実際には両方の歯が干渉しないようにわずかなすきまを設けている場合が多い）で行う。

図2のクレセントあり内接ギヤポンプに比べ、図1のクレセントのない内接ギヤポンプは、ドライブギヤとドリブンギヤの歯溝容積を大きくできるために、歯溝とドライブギヤの外径が同じで、しかもドリブンギヤ外径が同じならば、理論押しのけ容積を大きくすることができる。つまり、理論押しのけ容積とドライブギヤの歯幅と外径が同じならば、ドリブンギヤの外径を小さくすることが可能となり、特に高速回転時に問題となるギヤのしゅう動による油の粘性せん断摩擦トルクを低減でき、トルク効率の向上が図れる。このことから、近年、CVTを含めた自動車用自動変速機によく使われるようになっている。

ギヤポンプではドライブギヤとドリブンギヤのかみあい点かドライブギヤ回転位置（角度）に応じて変化する。図3に示すように、ドライブギヤ、ドリブンギヤとも歯面には吸入圧力または吐出圧力が作用するが、同じ歯面でもかみあい点を境にして作用する圧力が異なる。さらに、クレセントのない内接ギヤポンプの機構上の特徴としては、図4に示すようにシール点は常に歯先ではなく、かみあい部の反対側にあるシール部においてもシール点かドライブギヤ回転角度に応じて変化する。すなわち、

シール側の歯面においても同じ歯面でシール点を境にして作用する圧力が異なることである。これが通常のクレセントありポンプと異なる点で、これが計算を難しくしている点である。

またギヤポンプの場合、ドライブギヤの回転に応じてドライブギヤとドリブンギヤのかみあい点が次の歯へ移るため、かみあい点座標とシール点座標の変化に連続的でない所が生じる。

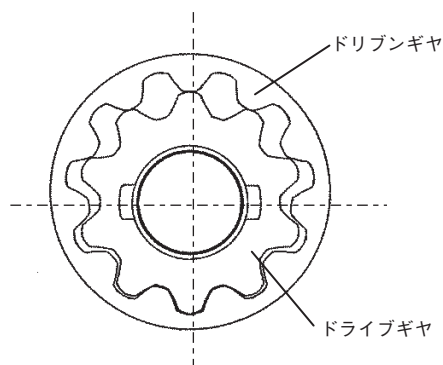


図1 クレセントなし内接ギヤポンプの構造
Configuration of internal gear pump without crescent

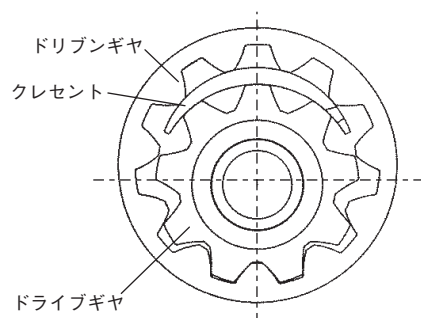


図2 クレセント付内接ギヤポンプ
Configuration of internal gear pump with crescent

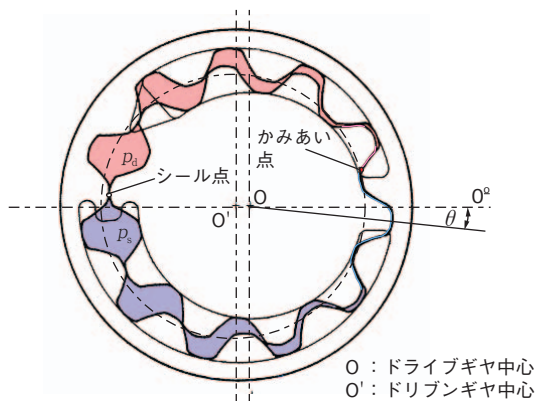


図3 内接ギヤポンプに作用する圧力
Pressure acting in internal gear pump

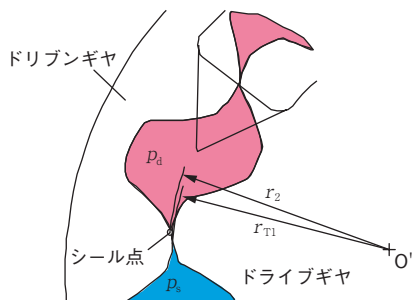


図4 ドリブンギヤの歯先円半径とシール点半径
Tip radius and seal radius of driven gear

4. 理論トルクおよび理論押しつけ容積の計算

4.1 計算方法

理論押しつけ容積の計算方法には2種類ある。1つは歯溝および閉込み部の容積を幾何学的に計算する方法、もう1つはポンプによって油に与えられるエネルギーは、損失を考えなければ駆動軸に与えられる動力に等しいという原則から、理論トルクから理論押しつけ容積を求める方法である。前者は歯間容積の積分という過程があるために、従来は計算精度に課題があったが、近年、CADの普及に伴って比較的容易にはなった。しかしながら、微小回転角度毎のギヤの作図が必要であり、手間がかかる。計算の簡便性ととも理論トルクを求めることも必要であるため、ここでは後者の計算方法について説明する。

この場合、吐出側と吸入側の圧力差に抗してドライブギヤを回すのに要するトルクを考える。圧力はそれぞれの歯面に対して垂直の方向に作用するが、理論トルクを考える場合は回転中心に対する円周方向のみ考えればよい。このときかみあいとシールに関与していない歯に対しては、この圧力による力は考えなくてもよい。図5で示すように、歯溝に存在する油による油圧力は左右の歯面に同等に作用するからである。したがって、クレセントのない内接ギヤポンプの場合ではかみあい部とシール部での圧力差による力関係を求めればよい。

まず、ドリブンギヤに働く力およびトルクを考える。ドリブンギヤに作用する圧力および力の関係を図6に示す。ドリブンギヤ歯面には吸入圧力 p_s と吐出圧力 p_d が作用する部分がある。ここで p_d と p_s の差を Δp としておく。ドリブンギヤが回されようとする力がかみあっている歯側で油圧による力 \vec{F}_1 、歯先付近でシールしている歯側で油圧による力 \vec{F}_3 が働く。また、この合力をドライブギヤとのかみあい点でドライブギヤから反力 \vec{F}_2

として受ける。実際のポンプを駆動するためのトルクとして関与するのはそれぞれの力の円周方向(θ)成分のみであり、 \vec{F}_1 と \vec{F}_3 は既知数で等価的に集中荷重に置き換えることができ、それらは以下のように表される。

$$|\vec{F}_{1\theta}| = \Delta p b (r_1 - r_{T1}) \tag{1}$$

$$|\vec{F}_{3\theta}| = \Delta p b (r_2 - r_{T1}) \tag{2}$$

また \vec{F}_1 と \vec{F}_3 が作用する点のドリブンギヤ中心 O' からの半径 r_{m1} と r_{m2} は次式で表される。

$$r_{m1} = (r_1 + r_{T1})/2 \tag{3}$$

$$r_{m2} = (r_2 + r_{T1})/2 \tag{4}$$

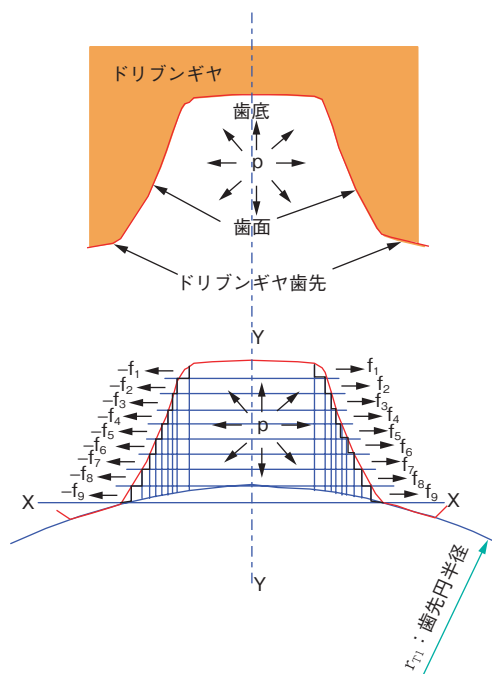


図5 ドリブンギヤ歯面にかかる圧力と力
Pressure and force acting on tooth

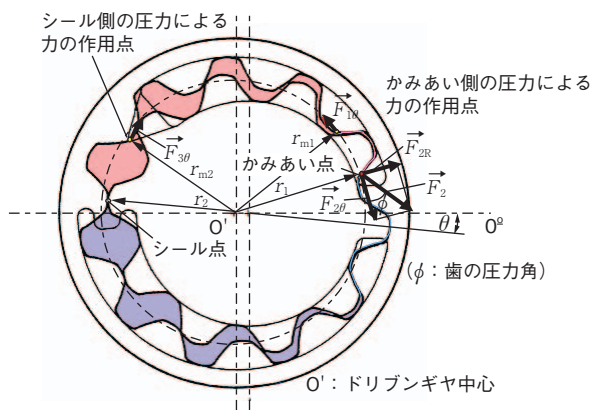


図6 ドリブンギヤに働く力
Force acting on driven gear

未知数であるドライブギヤからの反力 \vec{F}_2 も同様に θ 方向成分のみ考えればよい。ちなみにかみあい点でのドリブンギヤ歯面の圧力角を ϕ とすれば、 $|\vec{F}_2| \cos \phi = |\vec{F}_{2\theta}|$ の関係がある。

以上の3つの力とその力に作用する半径から、摩擦などの損失のないときのドリブンギヤに関するO'まわりのモーメントのつり合い式を求めると次のようになる。

$$|\vec{F}_{1\theta}| r_{m1} - |\vec{F}_{3\theta}| r_{m2} = |\vec{F}_{2\theta}| r_1 \quad (5)$$

式(5)から $|\vec{F}_{2\theta}|$ を求める式に直すと次式となる。

$$|\vec{F}_{2\theta}| = (|\vec{F}_{1\theta}| r_{m1} - |\vec{F}_{3\theta}| r_{m2}) / r_1 \quad (6)$$

式(6)に式(1)から(4)を代入すると次式となる。

$$\begin{aligned} |\vec{F}_{2\theta}| &= \Delta p b \{(r_1^2 - r_{T1}^2) - (r_2^2 - r_{T1}^2)\} / (2r_1) \\ &= \Delta p b (r_1^2 - r_2^2) / (2r_1) \end{aligned} \quad (7)$$

次に図7に示すドライブギヤを駆動させるのに必要な力およびトルクについて考える。ドライブギヤの歯面にもドリブンギヤ同様、かみあい歯側で油圧による力 \vec{F}_4 、またシールしている歯側でも油圧による力 \vec{F}_6 が働く。また、ドリブンギヤとのかみあい点でドリブンギヤから、先ほどの \vec{F}_2 の反作用力 \vec{F}_5 が働く。これらの力においても実際にポンプを駆動するためのトルクとして関与するのはそれぞれの力の θ 方向成分のみである。油圧によって生じる力 \vec{F}_4 と \vec{F}_6 は既知数で、ドリブンギヤの場合と同様、等価的に集中荷重に置き換えることができ、それらは以下のように表される。

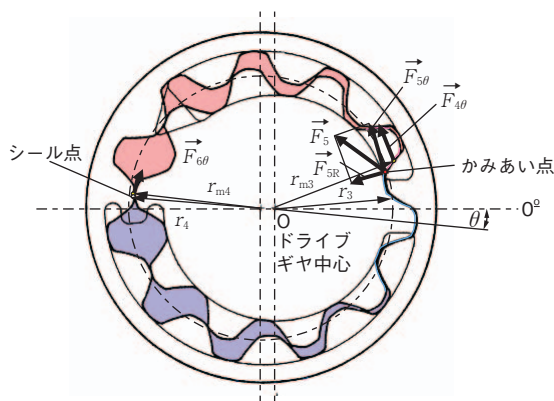


図7 ドライブギヤに働く力
Force acting on drive gear

$$|\vec{F}_{4\theta}| = \Delta p b (r_{T2} - r_4) \quad (8)$$

$$|\vec{F}_{6\theta}| = \Delta p b (r_{T2} - r_6) \quad (9)$$

また \vec{F}_4 と \vec{F}_6 が作用する点のドライブギヤ中心Oからの半径 r_{m3} と r_{m4} は次式で表される。

$$r_{m3} = (r_{T2} + r_4) / 2 \quad (10)$$

$$r_{m4} = (r_{T2} + r_6) / 2 \quad (11)$$

かみあい点でドリブンギヤから押される力 \vec{F}_5 は、前に出た \vec{F}_2 と方向が反対であるが大きさは同じであるので、 \vec{F}_5 の θ 方向成分 $\vec{F}_{5\theta}$ の大きさは次式で表すことができる。

$$|\vec{F}_{5\theta}| = \Delta p b (r_1^2 - r_2^2) / (2r_1) \quad (12)$$

摩擦などの損失はないとして、 $\vec{F}_{4\theta}$ および $\vec{F}_{5\theta}$ に対するモーメントに抗してドライブギヤを回転させるのに必要なトルクを理論トルク T_{th} とすると、これはドライブギヤ中心点Oまわりのモーメントを考えればよいので、次式の関係が成立する。

$$T_{th} = |\vec{F}_{5\theta}| r_3 + |\vec{F}_{4\theta}| r_{m3} - |\vec{F}_{6\theta}| r_{m4} \quad (13)$$

式(13)に式(8)から(12)を代入すると次式となる。

$$T_{th}(\theta) = \frac{\Delta p}{2} b \{(r_1^2 - r_2^2) \frac{r_3}{r_1} + (r_4^2 - r_6^2)\} \quad (14)$$

以上の式において、 r_{T1} および r_{T2} は固定値である。かみあい点とシール点の座標がドライブギヤ回転角度 θ に応じて変化するため、 $r_1, r_2, r_3, r_4, r_{m1}, r_{m2}, r_{m3}, r_{m4}$ は θ の関数となると同時に $|\vec{F}_{1\theta}|, |\vec{F}_{2\theta}|, |\vec{F}_{3\theta}|, |\vec{F}_{4\theta}|, |\vec{F}_{5\theta}|, |\vec{F}_{6\theta}|$ も θ の関数となるが、ここでは式を分かりやすくするために、 θ の関数としての表記はしなかった。

式(14)は各角度における理論トルクを表すが、平均理論トルク T_{th}^* は次式で計算できる。

$$T_{th}^* = \frac{1}{2\pi/z} \int_0^{2\pi/z} T_{th}(\theta) d\theta \quad (15)$$

理論トルク計算の次に、理論押しけ容積の計算について述べる。ここでポンプの理論押しけ容積と理論トルクの関係について記しておく。ポンプの平均理論トルク T_{th}^* のポンプを1回転だけ回転させる際の仕事量は $T_{th}^* \times 2\pi$ となる。その結果として V_{th}^* の容積の油に Δp だけの圧力エネルギーが与えられるから、油に与えられるエネルギーは $\Delta p V_{th}^*$ となる。損失を考えない場合で

は $2\pi T_{th}^*$ と $\Delta p V_{th}^*$ は等しいはずであるから次式が得られる⁵⁾。

$$V_{th}^* = \frac{2\pi T_{th}^*}{\Delta p} \quad (16)$$

上式は平均理論トルクと1回転当たりの理論押しつけ容積の関係を示している。ある回転角度 θ で $d\theta$ (radian) 回転させたときに吐出される油の容積 $V_{th}(\theta)$ を求めるには、式(16)の関係を用いて、理論トルクに $T_{th}(\theta)$ を入れればよい。すなわち、式(17)で瞬時の理論押しつけ容積の変動を求めることができる。

$$V_{th}(\theta) = \frac{T_{th}(\theta) d\theta}{\Delta p} = \frac{b}{2} \{ (r_1^2 - r_2^2) \frac{r_3}{r_1} + (r_4^2 - r_3^2) \} d\theta \quad (17)$$

式(17)の $d\theta$ に $d\theta = 2\pi/360$ を入れれば、1度毎の吐出流量変動を求めることができる。

図2に示したようなクレセントのない内接ギヤポンプではシール点常在に歯先円半径にあるため、理論トルクは次式で表される。

$$T_{th}(\theta) = \frac{\Delta p}{2} b \{ (r_1^2 - r_{T1}^2) \frac{r_3}{r_1} + (r_{T2}^2 - r_3^2) \} \quad (18)$$

すなわち、式(14)における右辺の第1項中の r_2 が r_{T1} に、第2項中の r_4 が r_{T2} になる。ポンプでは $r_2 > r_{T1}$ 、 $r_4 < r_{T2}$ の関係があり、式(18)を使って計算すると式(14)を使った場合よりも理論トルクは大きくなり、理論押しつけ容積も大きく見積もることになる。

4.2 計算結果

次に $\Delta p = 2\text{MPa}$ と仮定したときの計算結果について説明する。計算および実験による確認を表1に示す諸元のポンプを用いて行った。使用した内接ギヤポンプでは、ドライブギヤとドリブンギヤのかみあいおよびシールに関する歯がドライブギヤの1歯分の回転角度間で3つのパターンに変化する。この関係の説明を図8で行う。ギヤは時計方向に回転し、ドライブギヤとドリブンギヤの各歯に番号が付けられている。当初、ドライブギヤ、ドリブンギヤとも No. 1の歯でかみあい、シールに関する歯はドライブギヤが No. 6、ドリブンギヤが No. 7の歯である。ドライブギヤ回転角度が θ_1 を越えるとシールに関する歯は変わらないが、かみあう歯はドライブギヤ、ドリブンギヤとも No. 2の歯に移動する。そしてさらに回転が進むと今度はシールに関する歯がドライブギヤ、ドリブンギヤとも次の歯に移動する。

表2は、それらの結果をまとめたものである。

表1 供試ポンプ諸元
Dimensions of pump

		Aタイプ クレセント無
ドライブギヤ	歯先半径 R_{11} , mm	34.9
	歯底半径 R_{b1} , mm	27.7
	歯数 z_1	10
ドリブンギヤ	歯先半径 R_{12} , mm	31.4
	歯底半径 R_{b2} , mm	38.6
	外半径 R_3 , mm	43.2
	歯数 z_2	11
ギヤ幅 b , mm		11.4

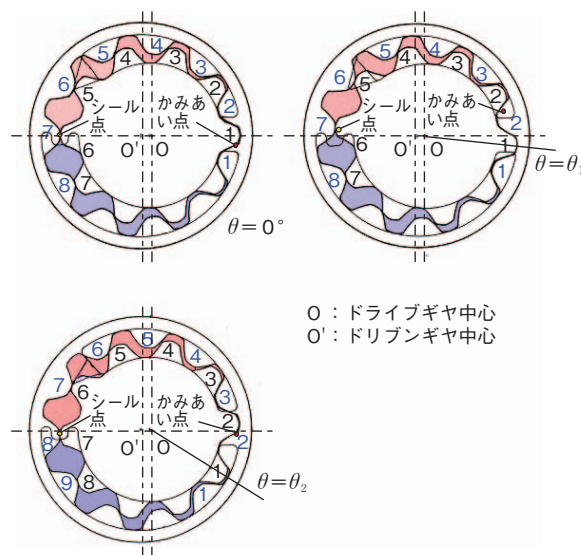


図8 かみあい点とシール点の移動
Transfer of contact points

表2 かみあい点とシール点の移動パターン
Pattern of number of gears with contact point

ドライブギヤ 回転速度 θ	かみあい歯 No.		シール歯 No.	
	ドライブ	ドリブン	ドライブ	ドリブン
$0 \sim \theta_1$	1	1	6	7
$\theta_1 \sim \theta_2$	2	2	6	7
$\theta_2 \sim 36\text{deg.}$	2	2	7	8

かみあい歯およびシール歯が移動することにより、歯面に働く力とモーメントアームが大きく変化する。図9はドリブンギヤに作用する力の大きさ $|\vec{F}_{1\theta}|$ 、 $|\vec{F}_{2\theta}|$ 、 $|\vec{F}_{3\theta}|$ の変化を示したものであり、図10はドライブギヤに作用する力の大きさ $|\vec{F}_{4\theta}|$ 、 $|\vec{F}_{6\theta}|$ の変化を示したものである。この2つの図から、 $\theta = \theta_1$ においてかみあいが次の歯に移動するのに伴って、かみあい点がドライブギヤの歯底から次の歯の歯先(ド

リブングヤでは歯先から歯底へするために $|\vec{F}_{1\theta}|$ と $|\vec{F}_{2\theta}|$, それに $|\vec{F}_{4\theta}|$ ($|\vec{F}_{5\theta}|$ は $|\vec{F}_{2\theta}|$ と同じ大きさ) が突発的に変化しており, ドリブングヤに働く力 $|\vec{F}_{1\theta}|$ と $|\vec{F}_{2\theta}|$ に対してドライブギヤに働く力 $|\vec{F}_{4\theta}|$ は増減関係が逆になっている. これは外接ギヤポンプも含めてギヤポンプの特徴である. ドリブングヤ, ドライブギヤともシール部の歯に働く力 $|\vec{F}_{3\theta}|$ と $|\vec{F}_{6\theta}|$ は他の力に比べれば小さいが, 無視することはできない.

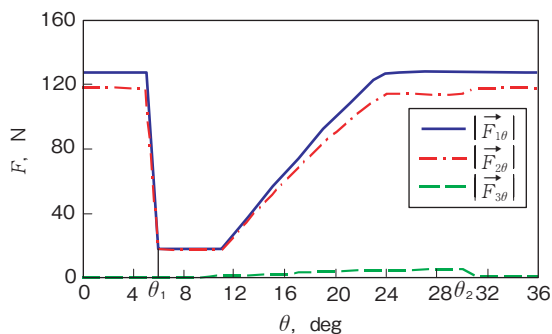


図9 ドリブングヤに働く力の変化

Changes of forces acting on driven gear

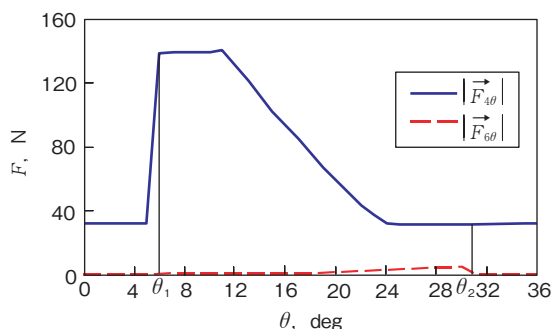


図10 ドライブギヤに働く力の変化

Changes of forces acting on drive gear

内接ギヤポンプを駆動するための理論トルク T_{th} は, ドリブングヤの駆動トルク T_1 (式(18)の右辺第1項) とドライブギヤの駆動トルク T_2 (式(18)の右辺第2項) を加え合わせたものである. 図11に T_1 , T_2 およびポンプ全体としての理論トルク T_{th} の計算結果を示す. T_1 と T_2 はドライブギヤ回転角度 θ に対して大きく変動するが, これらはお互いの変動を打ち消しあうように作用し, 両者を加え合わせた結果の T_{th} は非常に変動が小さくなる. また, この結果から図12に示すように理論流量変動も小さくなる.

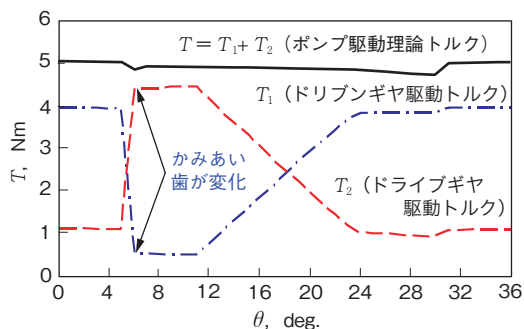


図11 ギヤの駆動およびポンプ駆動トルク

Torques for driving each gear and pump driving torque

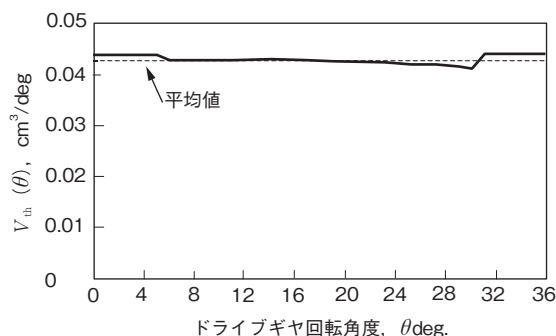


図12 1度当たりの理論押しけ容積の変化

Change of pump displacement per degree

このポンプの計算による平均理論トルク T_{th} は $\Delta p=2\text{MPa}$ のときに 4.912Nm となり, 1回転当たりの理論押しけ容積 V_{th} は $15.43\text{cm}^3/\text{rev}$ となった. ちなみに式(14)を基に計算した値と式(18)を基に計算した値では約2%の差が出た.

5. 理論押しけ容積の実験による測定

5.1 実験装置及び実測方法

図13に示す実験装置を使用して, 表1に記した諸元のポンプでの1回転当たりの理論押しけ容積 V_{th} の実測を試みた. 実験装置は簡単なもので, 供試ポンプ①はDCモータ②により, プーリおよびベルトを介して駆動される. 供試ポンプの出口直後で吐出圧力 p_d をブルドン管圧力計で測定し, 供試ポンプから吐出流量は絞り弁後の設置された流量計で測定した. 油温はポンプ出口側で, サーミスタ温度計を用いて測定した. 実験に使用した作動油は市販の鉱物油で, 実験油温 80°C での密度および粘度はそれぞれ $810\text{kg}/\text{m}^3$, $0.0085\text{Pa}\cdot\text{s}$ である.

供試ポンプを種々の回転速度 N で回転させて, 吐出圧力 p_d を種々変えていき, このときポンプから吐出される油の体積流量 Q を測定した.

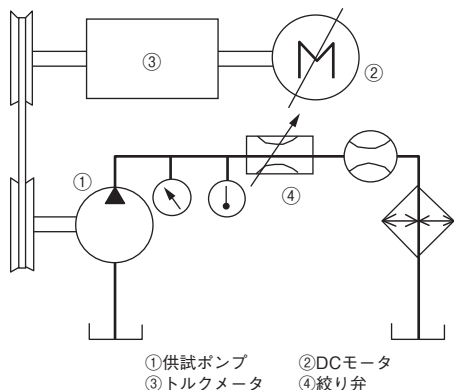


図13 実験回路
Test circuit

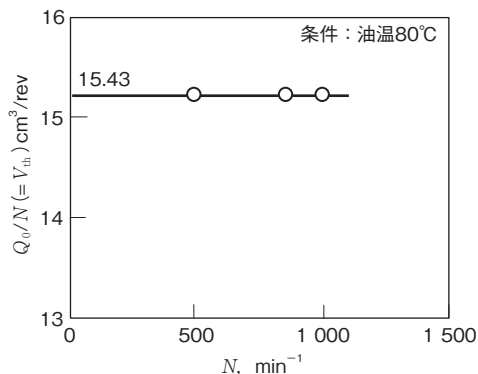


図15 V_{th} の算出
 V_{th} estimated from measured flow

今回の理論押しつけ容積 V_{th} の算出は次のようにして行った。同一回転速度での吐出圧力 p_d を種々変えて測定した吐出流量の図から吐出圧力が零、すなわち $p_d = 0$ のときの流量 Q_0 を外挿する。これを回転速度で割れば1回転当たりの理論押しつけ容積が求められる。

$$Q_0 = \lim_{p_d \rightarrow 0} Q \text{ (at } N = \text{const.)} \quad (19)$$

$$V_{th} = Q_0 / N \quad (20)$$

5.2 実測結果

種々の回転速度 N で吐出圧力 p_d を変化させていったときの実測流量を図14に示す。この図から各 N における $p_d = 0$ のときの流量 Q_0 を外挿し、 N で割って求めた V_{th} の結果を図15に示す。

実験結果に多少バラツキがあるものの実験から求めた V_{th} は計算から求めた値とほぼ一致することが分かった。

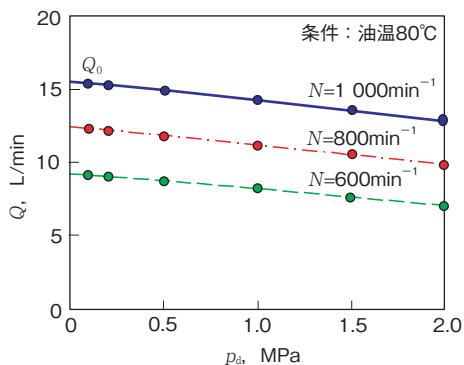


図14 ポンプの実吐出流量
Real flow of pump

6. おわりに

クレセントのない内接ギヤポンプにおける理論トルクと理論押しつけ容積について検討した結果、以下のことが分かった。

- (1) ポンプの理論トルクをギヤに作用する力の関係から求め、この結果を基に理論押しつけ容積を求める計算方法を確立した。
- (2) 本手法を用いて計算した理論押しつけ容積の値は、実験から求めた値と極めてよく一致した。

参考文献

- 1) 江本憲幸, 伊藤篤: 豊田工機技報, vol. 45, no. 3 (2005) 43.
- 2) 滝田: 自動車部品: トヨタキ技報, no. 20 (2003) 30.
- 3) 市川常雄: 歯車ポンプ, 日刊工業新聞社, (1962).
- 4) 稲熊義治: 豊田工機技報, vol. 38, no. 3 (1998) 20.
- 5) 市川常雄, 日比昭: 油圧工学, 朝倉書店, (1979) 29.

筆者



稲熊義治*

Y. INAGUMA

* 駆動事業本部 技術部