

エラストマーの大変形FEM解析について

境 真太郎 大林新一

Large Deformation FEM Analysis of Elastomer

S. SAKAI S. OBAYASHI

We studied the propriety of finite element method (FEM) analysis by using the strain energy function quadratic model of the elastomer. A material property number can be analyzed by software attached to FEM software. But the degree of agreement with an experimental value is poor. And software is in a black box. Therefore, we had to originally develop an analysis software. The measurement data are tensile test data of one axis. As for the strain energy function quadratic model, calculation is complicated, but the precision and the power of expression are good enough. About the deformation force of a product, the calculated value agrees well with measured value.

- | | |
|-------------------------|-----------|
| 1. はじめに | 3. FEM解析例 |
| 2. 多項式形式ひずみエネルギー関数の次数検討 | 4. おわりに |
| 2.1 ひずみエネルギー関数の一般式 | |
| 2.2 関数の展開 | |
| 2.3 引張試験方法 | |
| 2.4 1次モデルについて | |
| 2.5 2次モデルについて | |

1. はじめに

ゴムに代表されるエラストマーの応力・ひずみ特性は、非線型事象の典型としてよく知られている。コンピュータ技術と数値解析技法の進歩に伴って、難解とされていた非線型特性を持つエラストマーについても、有限要素法(FEM: Finite Element Method)が設計の解析手段として日常的に使用されるようになってきた¹⁾。

通常、エラストマーにおける力学の定式化は、ひずみエネルギー関数によってされる。その係数は、対象となる材料の引張試験データから固有の係数として決定され、FEMの材料パラメータとして使用される。

一般に、ひずみエネルギー式は一様ではなく、形式により異なる。また、FEMのソフトウェアには、付属機能として、多項式形式の係数を測定データの入力により決定できるようになっている²⁾³⁾。しかし、解析モデルと実験値との合致の程度が悪かったり、係数を求める手法がブラックボックスで内容が不明なことが多く、これを使用している

実務者として、この現状は十分に満足できるものではなかった。

そこで、多項式形式のひずみエネルギー関数の次数の影響を調べるため、独自にひずみエネルギー関数を文献⁴⁾⁵⁾⁶⁾⁷⁾にもとづいて定式化し、解析する手法を検討することにした。測定値と解析結果の照合を通して、精度および解析工数の面で、適用可能な手法が開発できたので、その方法と妥当性について、ダストカバーの大変形解析を事例に報告する。

2. 多項式形式ひずみエネルギー関数の次数検討

2.1 ひずみエネルギー関数の一般式

検討したひずみエネルギー式について、以下に説明する。

ひずみエネルギーの一般式を示す。記号の定義を(1)に示す。ひずみエネルギー関数は(2)、ひずみは(3)で定義される。

記号 (1)

- W : 変形によるひずみエネルギー
- λ : 伸張比 $\lambda = \chi / \chi_0$
- χ : χ 方向の変形後の寸法
- χ_0 : χ 方向の変形前の寸法
- σ_i : 応力
- I_i : ひずみ不変量

ひずみエネルギー (2)

$$W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \int \sigma_1 d\lambda_1 + \int \sigma_2 d\lambda_2 + \int \sigma_3 d\lambda_3$$

ひずみ不変量 (3)

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2$$

$$I_2 = (\lambda_1 \lambda_2)^2 + (\lambda_2 \lambda_3)^2 + (\lambda_3 \lambda_1)^2$$

$$I_3 = (\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3)^2$$

2.2 関数の展開

前述の定義式を、実際のエラストマーの測定値に適用できるように展開する。

非圧縮性であるエラストマーは、変形によって体積はほとんど変化しない。したがって次式のように、 $I_3 = 1$ となる。

$$I_3 = (\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3)^2 = \left(\frac{\chi}{\chi_0} \frac{y}{y_0} \frac{z}{z_0} \right)^2 = \left(\frac{V}{V_0} \right) \cong 1 \quad (4)$$

等方性材料では $\lambda_2 = \lambda_3$ となるので、式(4)の $I_3 = 1$ より、 $\lambda_2^2 = 1 / \lambda_1$ 。

したがって式(3)から、ひずみ不変量は以下のようになる。

$$I_1 = \lambda_1^2 + \frac{2}{\lambda_1} \quad (5)$$

$$I_2 = 2\lambda_1 + \frac{1}{\lambda_1^2}$$

エラストマーが変形するまでは、 $I_1 = 3$ 、 $I_2 = 3$ 、 $I_3 = 1$ であるので、 W をこれらの回りに展開する。

$$W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \Sigma C_{ijk} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j (I_3 - 1)^k \quad (6)$$

$$\sigma_i = \frac{\partial W}{\partial \lambda_i} = \frac{\partial W}{\partial \lambda_1} \frac{\partial I_1}{\partial \lambda_i} + \frac{\partial W}{\partial \lambda_2} \frac{\partial I_2}{\partial \lambda_i} + \frac{\partial W}{\partial \lambda_3} \frac{\partial I_3}{\partial \lambda_i} \quad (7)$$

これによって、ひずみエネルギー W がひずみ不変量 I で表すことができ、応力 σ も伸張比 λ で表すことができる。

これら式(6)、(7)において、 $i = 1, j = 1, k = 0$ である1次モデルの場合と、 $i = 2, j = 1, k = 0$ である2次モデルの場合について、測定データを適用し、具体的な検討を行う。

2.3 引張試験方法

測定データは、1軸の引張試験機により測定した。引張試験機の外観を図1に、測定条件を表1に示す。この試験機により、ゴムの応力・ひずみ線図を測定した。



図1 引張試験機
Tensile tester

表1 測定条件
Measurement conditions

試料形状	長方形断面
幅	18mm
厚さ	2 mm
標線間距離	50mm
引張速度	100mm / min
温度	23℃

2.4 1次モデルについて

2.4.1 計算式

式(6)において、 $i = 1, j = 1, k = 0$ 。

$$W = C_{100} (I_1 - 3) + C_{010} (I_2 - 3) \quad (8)$$

式(5)から、

$$I_1 = \lambda^2 + \frac{2}{\lambda} \quad (9)$$

$$I_2 = 2\lambda + \frac{1}{\lambda^2}$$

式(7)から、

$$\sigma = \frac{\partial W}{\partial \lambda} = \frac{\partial W}{\partial I_1} \frac{\partial I_1}{\partial \lambda} + \frac{\partial W}{\partial I_2} \frac{\partial I_2}{\partial \lambda} + \frac{\partial W}{\partial I_3} \frac{\partial I_3}{\partial \lambda} \quad (10)$$

ここで、式(8)と式(9)において、

$$\frac{\partial W}{\partial I_1} = C_{100}, \frac{\partial W}{\partial I_2} = C_{010}, \frac{\partial W}{\partial I_3} = 0$$

$$\frac{\partial I_1}{\partial \lambda} = 2\lambda - \frac{2}{\lambda^2}, \frac{\partial I_2}{\partial \lambda} = 2 - \frac{2}{\lambda^3} \quad (11)$$

したがって、式(10)に代入して、

$$\sigma = C_{100} \left(2\lambda - \frac{2}{\lambda^2} \right) + C_{010} \left(2 - \frac{2}{\lambda^3} \right) = \left(2C_{100} + \frac{2C_{010}}{\lambda} \right) \left(\lambda - \frac{1}{\lambda^2} \right) \quad (12)$$

引張試験データを式(12)に適用して、係数 C_{100} 、 C_{010} を最小二乗法により決定する。

2.4.2 1次モデルの検証

1次モデルの検証結果を図2に示す。印が引張試験温度23℃における測定値で、実線が計算値を表している。測定値と実験式の合致の程度は十分でなく、モデルの改善が必要なが分かる。

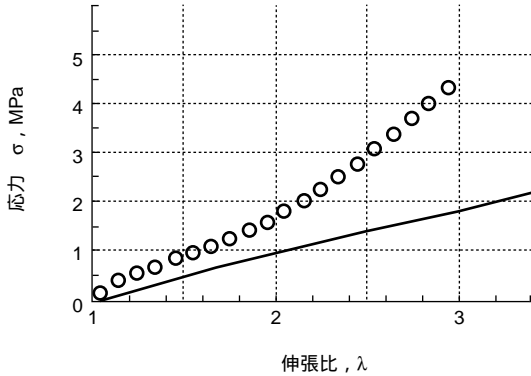


図2 1次モデルの検証

Verification result of linear model

(○ : Measured value, - : Calculated value, at 23℃)

2.5.2 2次モデルの検証

2次モデルの検証結果を図3に示す。印が引張試験温度23℃における測定値で、実線が計算値を表している。測定値と実験式は、良く一致していることが分かる。

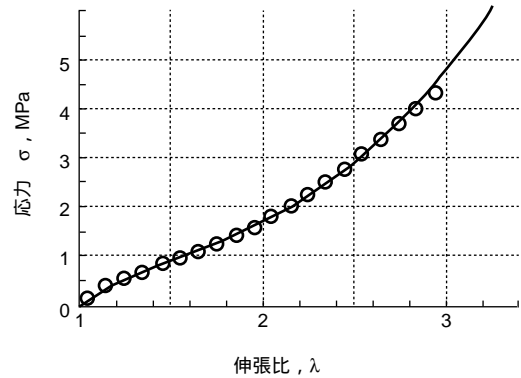


図3 2次モデルの検証

Verification result of quadratic model

(○ : Measured value, - : Calculated value, at 23℃)

2.5 2次モデルについて

次に2次モデルの定式化について検討する。

2.5.1 計算式

式(6)において、 $i=2, j=1, k=0$ 。

$$W = C_{100}(I_1 - 3) + C_{200}(I_1 - 3)^2 + C_{010}(I_2 - 3) \tag{13}$$

ここで、式(13)と式(5)において、

$$\frac{\partial W}{\partial I_1} = C_{100} + 2C_{200}(I_1 - 3),$$

$$\frac{\partial W}{\partial I_2} = C_{010}, \frac{\partial W}{\partial I_3} = 0 \tag{14}$$

$$\frac{\partial I_1}{\partial \lambda} = 2\lambda - \frac{2}{\lambda^2}, \frac{\partial I_2}{\partial \lambda} = 2 - \frac{2}{\lambda^3}$$

したがって、式(7)に代入して、

$$\begin{aligned} \sigma &= \left\{ C_{100} + 2C_{200} \left(\lambda^2 + \frac{2}{\lambda} - 3 \right) \right\} \left(2\lambda - \frac{2}{\lambda^2} \right) \\ &\quad + C_{010} \left(2 - \frac{2}{\lambda^3} \right) \\ &= 2 \left[C_{100} - 6C_{200} + \frac{4C_{200} + C_{010}}{\lambda} + 2C_{200}\lambda^2 \right] \left(\lambda - \frac{1}{\lambda^2} \right) \\ &= \left[C1 + \frac{C2}{\lambda} + C3\lambda^2 \right] \left(\lambda - \frac{1}{\lambda^2} \right) \end{aligned} \tag{15}$$

ただしここで、

$$\begin{aligned} C1 &= 2(C_{100} - 6C_{200}) \\ C2 &= 2(4C_{200} + C_{010}) \\ C3 &= 4C_{200} \end{aligned} \tag{16}$$

引張試験データを式(15)に適用して、係数 C_{100} 、 C_{010} 、 C_{200} を最小二乗法により決定する。

以上から、多項式形式ひずみエネルギー関数は、2次モデルが適切であると判断した。

3. FEM解析例

前項で定式化したひずみエネルギー2次モデルを使ったFEM解析例を紹介する。解析対象は、図4に示すボールジョイント用ゴム製ダストカバーである。

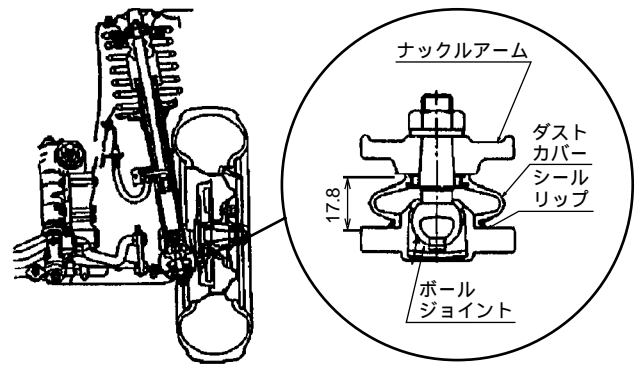


図4 解析対象構造図

Analyzed structure

解析対象の断面形状を図5に、解析モデルを図6に示す。解析モデルは3次元形状としてモデル化を行った。

解析は図6に示したように、底面を固定し、上面を8mm軸方向に平行移動することで、製品装着時の変形状態を調べた。

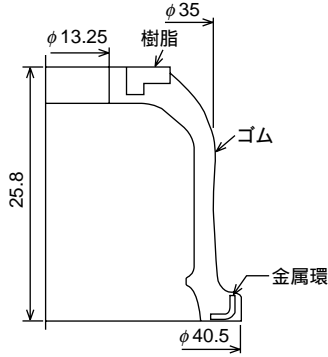


図5 断面図
Cross section

平行移動 (8 mm)

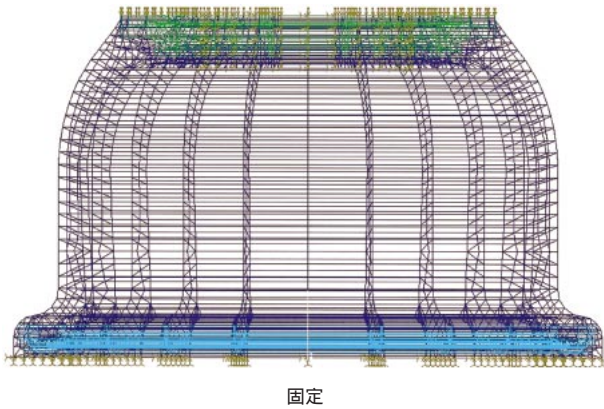


図6 3次元メッシュモデルと境界条件
Three dimension mesh model and boundary condition

解析結果で、ゴム部の応力分布図を図7に、実断面写真を図8に示す。計算結果は、大変形にもかかわらず、実断面とよく似ていることが分かる。



図7 応力分布図
Stress distribution



図8 断面写真
Cross section photograph

製品を変形させるときの反力を測定し、FEM計算結果と比較したグラフを図9に示す。計算値が測定値より少し大きいですが、全体の非線型性は良く一致している。

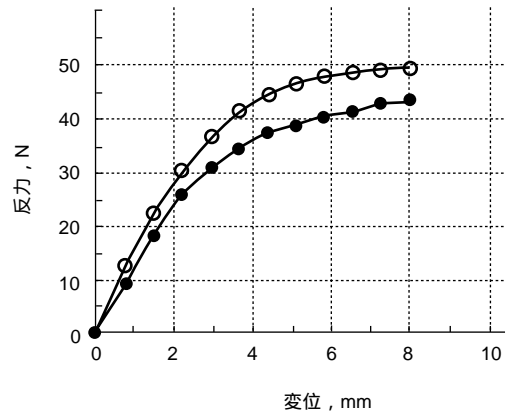


図9 変形反力
Deformation and reaction force
(○ : Measured value, ● : Calculated value)

4. おわりに

エラストマーの数値モデルである多項式形式ひずみエネルギー関数の次数について調査を行い、FEMへの適用においてその妥当性を検討した。その結果は以下のようにまとめられる。

1. エラストマーの物性モデルであるひずみエネルギー関数において、1次式と2次式を比べた場合、後者の方が計算は複雑であるが、精度が高く、実際のデータをよく表現している。
2. 製品の反力について、測定値と計算値とは良く一致しており、間接的な検証ながら2次式の

妥当性が検証された。

3. 大変形を受ける製品(ダストカバー, ブーツなど)の, 非線型解析の物性モデルが確立できた。

参考文献

- 1) Mike McLeod : 3rd CR INTERNATIONAL R&D CONFERENCE (1996) .
- 2) Structural research & analysis corp. : COSMOS/M advanced modules, no.4(1995) .
- 3) MARC : Nonlinear finite element analysis of elastomers (1995) .
- 4) 川端季雄 : 日本ゴム協会誌 , no.53(1980) 170 .
- 5) 伊藤政幸 : 日本ゴム協会誌 , no.62(1989) 93 .
- 6) 山下義裕 , 川端季雄 : 日本ゴム協会誌 , no.65(1992) 17 .
- 7) 西 敏夫 : ゴム工業便覧 第四版 , 日本ゴム協会 (1994) 9 .

筆 者



境 真太郎*
S. SAKAI



大林新一*
S. OBAYASHI

* 光洋シーリングテクノ株式会社 技術部