ころ軸受に最大負荷容量を与えるクラウニング形状の研究

鎌本繁夫　藤本浩司　山本隆司

Research on Crowning Profile to Obtain The Maximum Load Carrying Capacity for Roller Bearings

S. KAMAMOTO　K. FUJIMOTO　T. YAMAMOTO

Roller bearings, tapered roller bearings and rolling elements supported by line contact points can obtain the maximum load capacity by modifying the crowning profile in order to uniformly distribute the damage of materials in the contact region.

Conventionally, it is considered that the crowning profile which has the uniform pressure distribution in the contact region is the best geometry. This type of crowning profile is called the Lundberg crowning profile. However the damage of materials concentrates in the subsurface of roller end, if the crowning profile is shaped according to the Lundberg profile. The uniform pressure distribution does not cause the uniform damage distribution of materials. The damage of materials is estimated by subsurface stress components.

Therefore the crowning profile should be optimised by considering subsurface stress components. The crowning profile which distributes the uniform damage of materials in the contact region to obtain the maximum load capacity is developed in the Koyo Seiko Co., LTD. by heralding the world on the crowning profile.

Key Words*: roller bearing, crowning, contact, subsurface stress*

1．はじめに

高荷重下で用いられる転がり軸受の転動体形状には，一般に負荷容量を向上させるためにころが用いられている．円筒ころ軸受，円すいころ軸受，自動調心ころ軸受などがこれに該当する．

一般に転動体として用いられているころや内輪，外輪の軌道の母線形状には接触圧力の集中を避けるためにクラウニングと呼ばれるわずかな膨らみが加工されている．

これまでは，ころと軌道輪の接触において接触圧力の集中を生じさせず，さらに接触領域の長手方向(ころの回転軸の方向)に接触圧力を均一に分布させるクラウニング形状が最適だと考えられてきた[1]．このクラウニング形状は，開発者の名前をとってLundberg曲線と呼ばれている．

しかし，Lundberg曲線は，ころ端部にて無限の値を与えるので実用上加工の不可能な形状であることが指摘されており，Johnson-GoharはLundberg曲線において無限値となるころ端部のクラウニング量を有限値となるように修正している[2]．

また，最近の研究でも接触領域の長手方向に接触圧力を均一に分布させるという概念は引き継がれており，Henryk-Bogdanは自動調心ころ軸受にもLundberg曲線が適用できることを指摘している[3]．

一方，転がり軸受では，静的および動的な強度が求められている．論点をころと軌道輪の接触に絞れば，静的な強度とはころや軌道輪における圧痕形成に対する強度のことであり，動的な強度とは転がり疲れと呼ばれる金属疲労損傷に対する強度である．

筆者らは，転がり軸受の耐塑性変形や耐疲労寿命を設計検討するためにはLundberg曲線が導かれたような接触圧力，すなわち，作用外力を基準とすべきではなく，内部応力を加味し，材料の受けるダメージを基準とすべきであると考えている．

このような観点から転がり軸受のころと軌道輪間の接触圧力と内部応力とを評価した結果，たとえ接触圧力を接触領域の長手方向に均一に分布させたとしても，材料の受けるダメージはころ端部に集中する現象が見られた．これは高荷重の作用

下において，ころ端部に塑性変形の発生することを意味しており，また，ころ端部から疲労の発生しやすいことを暗示している．つまり，作用外力から最適なクラウニング形状を求めようとするLundbergの示した設計概念はころ軸受に最大の静的および動的負荷容量を与えないのである．

そこで，本報ではころ軸受のための新たな設計概念を提示することにより，理論上，最大の負荷容量を持つクラウニング形状の検討を行ったのでその結果を報告する．

2．力学モデル

転がり軸受のころと軌道輪との接触を**図1**に示すような有限幅円筒と半無限体の接触モデルに置き換える．

また，座標軸はころの転がり方向をX軸，ころの回転軸の方向をY軸とし，半無限体（XY平面）に垂直な方向をZ軸とする．

解析の詳細は次項で述べるが，乾燥接触問題と内部応力の解析では，ともに**図1**の座標系を用いている．

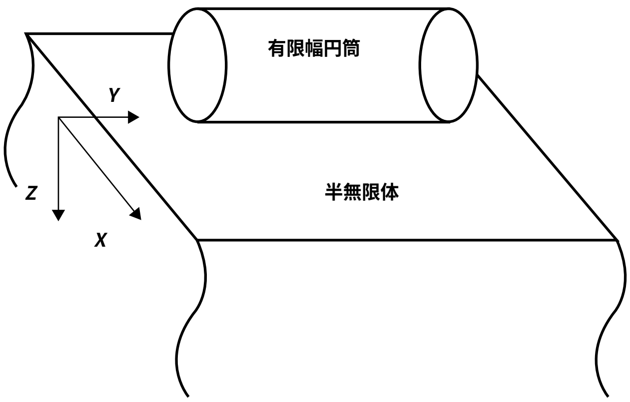

図1　3次元の力学モデルと座標の定義
3 Dimensional contact model and coordinates

3．数値解析

本報における数値解析の目的は，軸受材料の受けるダメージを接触領域の長手方向に均一に分布させることにより，ころ軸受に最大の負荷容量を与えるクラウニング形状を導出することにある．そのためには２段階からなる数値解析を行う必要がある．

最初の数値解析がころと軌道輪間の乾燥接触の解析であり，ころ－軌道輪間の乾燥接触圧力を求める．第２の数値解析が軸受材料の受けるダメージの解析，すなわち，内部応力の解析である．

3.1　3次元の接触圧力の解析

任意のクラウニング形状を持つころと軌道輪間の接触圧力の解析は，古典的なHertzの接触理論から求めることができない．そこで３次元の乾燥接触問題を数値的に解くことにする．

乾燥接触問題における基礎式は２つの式で表すことができる．第１の式は，接触２物体間の相対距離の式であり，相対距離Hは次式で求められる．

$$H=\frac{hRx}{b^2}=\frac{h_0Rx}{b^2}=H_0+V \tag{1}$$

なお，H_0は未変形状態で接触させた場合のころと軌道輪間の幾何学的すきまであり，Vは次式に示す３次元の弾性変位量である．

$$V=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{P(X,Y)}{\sqrt{(X-X')^2+(Y-Y')^2}}dX'dY' \tag{2}$$

第２の基礎式は力の釣合式である．

$$\frac{\pi L_{we}}{2b}=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}P(X,Y)dXdY \tag{3}$$

ころおよび軌道に形成されたクラウニング量の和をh_{cr}と記すと，座標yにおけるクラウニング半径は，

$$r_x=R_x-h_{cr} \tag{4}$$

として求められる．したがって，クラウニング量を考慮した接触２物体間距離は，

$$h_0=R_x-\sqrt{r_x^2-x^2} \tag{5}$$

として求められる．

これらの基礎式を離散化し，NR法で接触圧力を求める．なお，本来接触しない領域は負圧となるが逐次負圧の要素を削除し，負圧がなくなるまで解析を続ける[4)～5)]．

3.2　3次元の内部応力の解析

接触圧力分布が得られたらそれらの圧力分布を数値的に積分することにより，３次元の内部応力分布が求められる．なお，内部応力の成分は解析の変数を減少させるために無次元化している．

デカルト座標系の３次元の内部応力の各成分は，次式で求められる[6)]．

$$\Sigma_X = \frac{\sigma_x}{P_h} = \sum_{i=1}^{n_X}\sum_{j=1}^{n_Y} \frac{Pij}{2\pi}\left[\frac{1-2\upsilon}{\overline{r}^2}\left\{\left(1-\frac{Z}{\overline{R}}\right)\frac{(X-X'_i)^2-(Y-Y'_j)^2}{\overline{r}^2}+\frac{Z(Y-Y'_j)^2}{\overline{R}^3}\right\}-\frac{3Z(X-X'_i)^2}{\overline{R}^5}\right] \tag{6}$$

$$\Sigma_Y = \frac{\sigma_y}{P_h} = \sum_{i=1}^{n_X}\sum_{j=1}^{n_Y} \frac{Pij}{2\pi}\left[\frac{1-2\upsilon}{\overline{r}^2}\left\{\left(1-\frac{Z}{\overline{R}}\right)\frac{(Y-Y'_j)^2-(X-X'_i)^2}{\overline{r}^2}+\frac{Z(X-X'_i)^2}{\overline{R}^3}\right\}-\frac{3Z(Y-Y'_j)^2}{\overline{R}^5}\right] \tag{7}$$

$$\Sigma_Z = \frac{\sigma_z}{P_h} = \sum_{i=1}^{n_X}\sum_{j=1}^{n_Y} -\frac{3Pij}{2\pi}\frac{Z^3}{\overline{R}^5} \tag{8}$$

$$T_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{P_h} = \sum_{i=1}^{n_X}\sum_{j=1}^{n_Y} \frac{Pij}{2\pi} \tag{9}$$

$$T_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{P_h} = \sum_{i=1}^{n_X}\sum_{j=1}^{n_Y} -\frac{3Pij}{2\pi}\frac{(Y-Y'_j)Z^2}{\overline{R}^5} \tag{10}$$

$$T_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{P_h} = \sum_{i=1}^{n_X}\sum_{j=1}^{n_Y} -\frac{3Pij}{2\pi}\frac{(x-X'_i)z^2}{\overline{R}^5} \tag{11}$$

ここで,

$$\overline{r^2} = (X-X'_i)^2+(Y-Y'_j)^2 \tag{12}$$

$$\overline{R^2} = (X-X'_i)^2+(Y-Y'_j)^2+Z^2 \tag{13}$$

である．

本報では，軸受材料の受けるダメージを数値的に評価することを目的としているが，以上の応力成分から材料の受けるダメージを評価することはできない．このため本報では，デカルト座標系の応力成分から，次式により，von Misesの降伏条件の判定に用いられている相当応力を求めて，材料の受けるダメージを評価する．

$$\overline{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2}\{(\sigma_x-\sigma_y)^2+(\sigma_y-\sigma_z)^2+(\sigma_z-\sigma_x)^2+6\tau_{xy}{}^2+6\tau_{yz}{}^2+6\tau_{zx}{}^2} \tag{14}$$

4．結果および考察

4.1　Lundberg曲線

Lundbergは，Hertzの弾性接触理論が線接触における接触２物体間の相対接近量を与えないという問題点を克服するために，**図1**のような有限幅のだ円分布荷重が半無限体上に作用したときの弾性変位量を求め，このときの２物体間の接近量に相当する値を，線接触における接触２物体間の相対接近量の近似値にしようとした．さらに，この研究の過程で得られた弾性変位曲線をころと軌道間のクラウニング曲線として与えると**図2**のような均一な接触圧力の分布が得られると考えた．

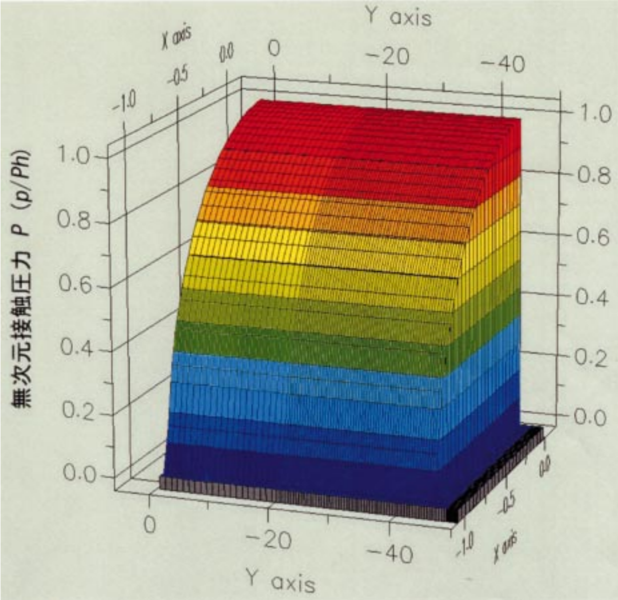

図2　Lundbergが理想と考えたころと軌道輪間の接触圧力分布形状
Lundberg's ideal contact pressure profile between roller and raceway

もしも，ころ軸受にクラウニングを形成しなければ，ころと軌道輪間の接触領域端部に接触圧力が集中し，たとえ軽荷重下であってもころ端部から損傷することになる．早期疲労損傷の原因となる可能性のあるエッジロードを取り除いたクラウニング形状を開発しようと考えたのは，当然のことであった．

このように，接触圧力を均一に分布させるのがLundbergの考えたころ軸受の設計概念であり，

$$h_{CR}(y) = \frac{2F}{\pi E' L_{we}}\ln\left[\left[1-\left[\frac{2y}{L_{we}}\right]^2\right]^{-1}\right] \tag{15}$$

としてクラウニング形状を与えている．

このクラウニング曲線では，ころ中央でクラウニング量が０であり，ころ端部では無限大となる．物理的にはクラウニング量がころ半径よりも大きくなるのは不合理である．

そこで，Johnson -Goharは，次の修正式を導きクラウニング量が無限大となる特異点を消去している．

$$h_{CR}(y) = \frac{2F}{\pi E' L_{we}}\ln\left[\left[1-\left[1-0.3033\frac{2b}{L_{we}}\right]\left[\frac{2y}{L_{we}}\right]^2\right]^{-1}\right] \tag{16}$$

式⒂，式⒃は接触圧力の分布を均一にするという目的で導出されており，これらをころ軸受のクラウニング形状に適用すれば接触領域の長手方向に均一な接触圧力の分布が得られるものと信じられている．

ところが，実際に同式をころと軌道間のクラウニング形状に適用して，接触圧力の解析を行うと**図3**に示すように，ころ端部に圧力のピークが見られる．この圧力ピークの発生原因については今日に至るまで議論されていないので，ここで検討することにする．

すなわち，Lundberg曲線を母線形状に用いたにもかかわらず発生する圧力のピークは接触幅を一定とした仮定に起因している．つまり，ころおよび軌道輪にクラウニングを加工することにより，クラウニングを加工した部分のころ半径は小さくなり，ころ端部の接触幅も当然減少するはずである．しかし，Lundbergが弾性変位量を導いた際の仮定では，接触幅を一定としたため，ころ端部での接触幅の急激な減少にともなって単位幅あたりの接触圧力は上昇したのである．

したがって，Lundberg曲線は厳密な意味で接触圧力分布を接触領域の長手方向に均一にするクラウニング形状ではないのである．

さらに，もし，**図2**のような接触領域の長手方向に均一な圧力の作用を仮定したとしても，**図4**のように相当応力はころ端部に集中する．

すなわち，たとえ接触圧力を接触領域の長手方向に均一に分布させたとしても，塑性変形はころ端部から発生するため，ころ軸受に最大の負荷容量を与えないのである．

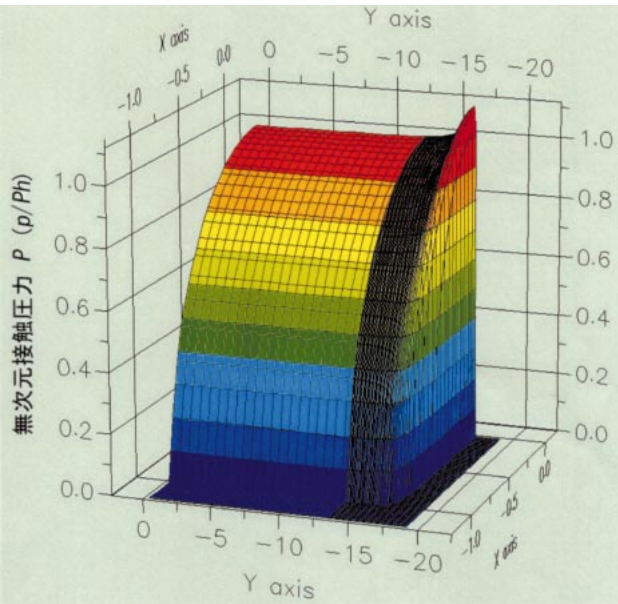

図3　Lundberg曲線を加工したころと軌道輪との接触圧力
Contact pressure between roller and raceway shaped according to Lundberg's profile

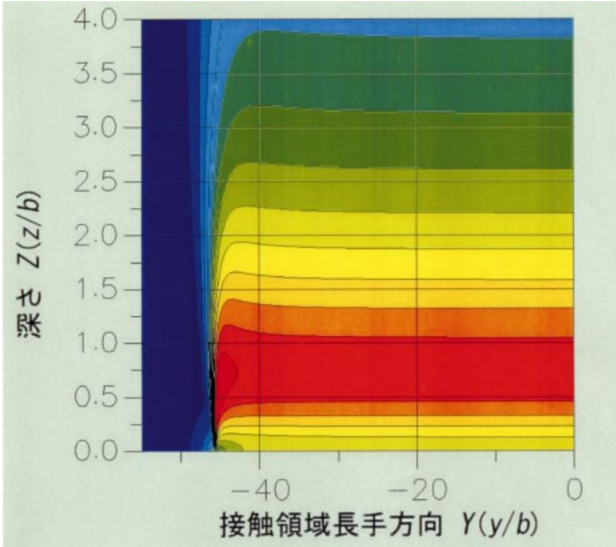

図4　接触領域の長手方向に均一に分布した接触圧力の作用下の相当応力分布
Equivalent stress distribution under uniformly distributed contact pressure in longitudinal direction

4.2　ころ軸受に最大負荷容量を与えるクラウニング形状

ころ軸受に理論上，最大の負荷容量を与えるためには，接触領域の長手方向に関して材料の受けるダメージを均一にする必要がある．

これが，本論文で提唱する新たな設計概念である．本報では，接触圧力および内部応力の数値解析を行ったが，このような設計条件を満たすクラウニング形状を求めることができた．

ころ軸受に理論上，最大の負荷容量を与えるクラウニング形状を与えた，ころと軌道輪との接触圧力の分布を**図5〜図7**に，相当応力の分布を**図8〜図10**に示す．これらの図ではころの無次元有効長さをそれぞれ，L_{we}/b=10，L_{we}/b=100，L_{we}/b=1 000としている．

図5〜図7には縦軸にHertzの最大接触圧力で無次元化した無次元接触圧力P_h，横軸にHertzの接触半幅bで無次元化したX, Y座標を示している．なお，接触圧力の分布はX, Y軸に関して線対称なので1/4の要素だけ表示する．接触圧力はLundbergが考えたように均一ではなくころ端部で徐々に減少している．しかし，アスペクト比（すなわち，ころ有効長さとHertzの接触半幅の比）によっては，ころ端部における接触圧力の減少度合いが異なる．

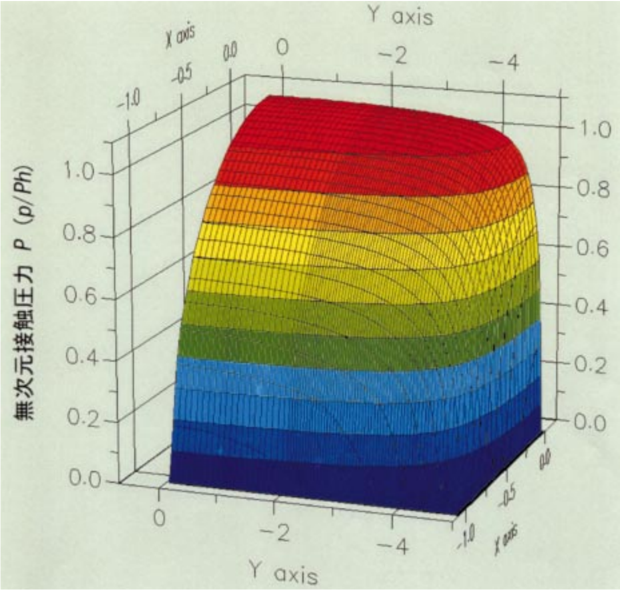

図5　接触圧力分布の解析結果
（ころ軸受に最大負荷容量を与えるクラウニング形状，L_{we}/b=10）
Contact pressure distribution given by numerical simulation
(Crowning profile to obtain maximum load carrying capacity, L_{we}/b=10)

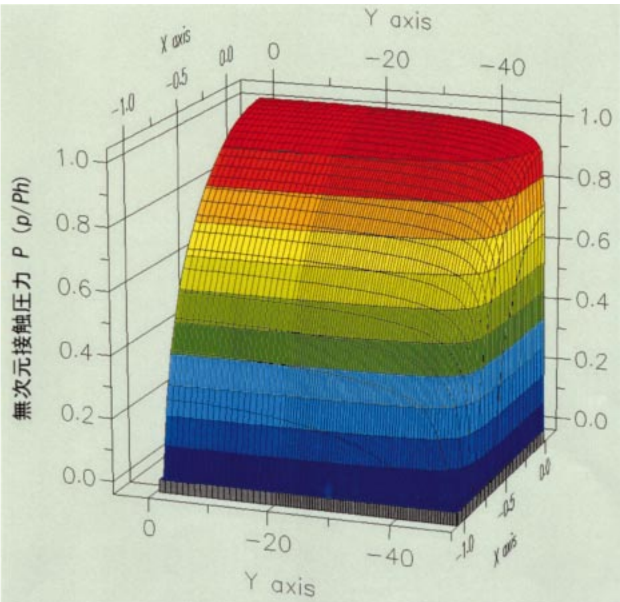

図6　接触圧力分布の解析結果
（ころ軸受に最大負荷容量を与えるクラウニング形状，L_{we}/b=100）
Contact pressure distribution given by numerical simulation
(Crowning profile to obtain maximum load carrying capacity, L_{we}/b=100)

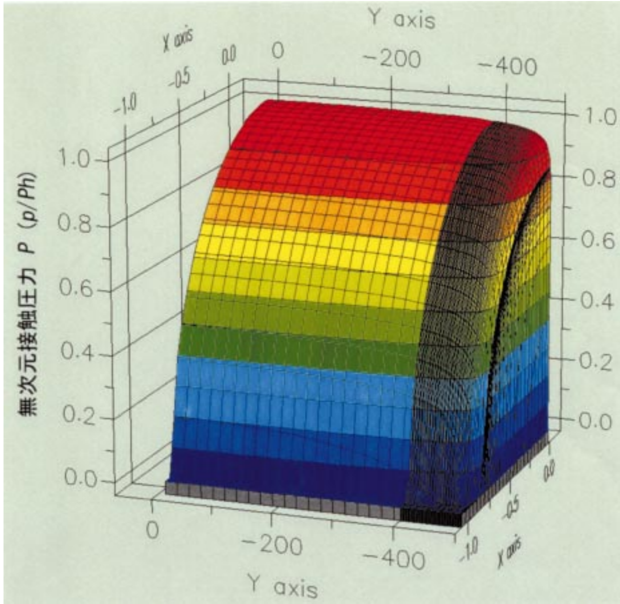

図7　接触圧力分布の解析結果
（ころ軸受に最大負荷容量を与えるクラウニング形状，L_{we}/b=1 000）
Contact pressure distribution given by numerical simulation
(Crowning profile to obtain maximum load carrying capacity, L_{we}/b=1 000)

図8～図10には材料が受けるダメージを数値的に評価する内部応力成分の例として相当応力を示す．縦軸が深さで，表面は0の位置である．この内部応力は，X軸座標直下のものである．やはり，内部応力の分布も座標軸Y＝0に対して線対称であるので1/2のみ表示している．相当応力は，色が赤くなるに従って大きい値となる．

図8～図10より相当応力の最大となる位置が0.7b～0.8bの深さであることが解る．また，接触領域の長手方向において相当応力の値が均一になっており，軸受材料の受けるダメージも均一であることが解る．

すなわち外力の作用に対して材料固有の限界に至るまで塑性変形を生じず，理論上，最大の耐圧痕強度を持っている．

また，材料の受けるダメージが均一なため，動的な疲労強度に関しても向上することが期待できる．

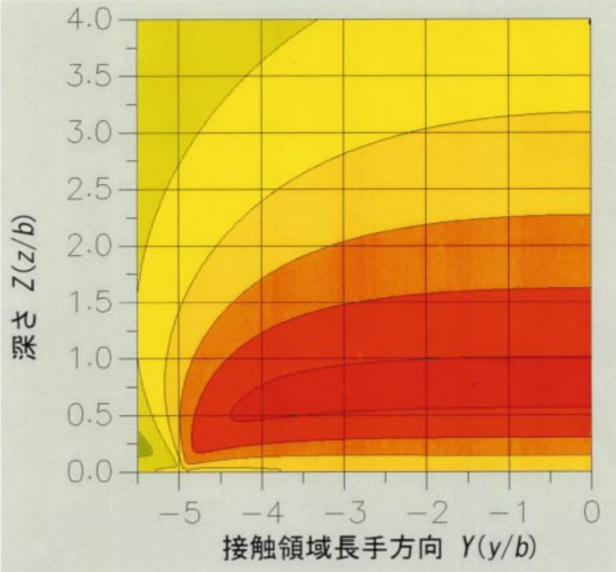

図8　相当応力分布の解析結果
（ころ軸受に最大負荷容量を与えるクラウニング形状，L_{we}/b=10, X=0）
Equivalent stress distribution given by numerical simulation
(Crowning profile to obtain maximum load carrying capacity, L_{we}/b=10, X=0)

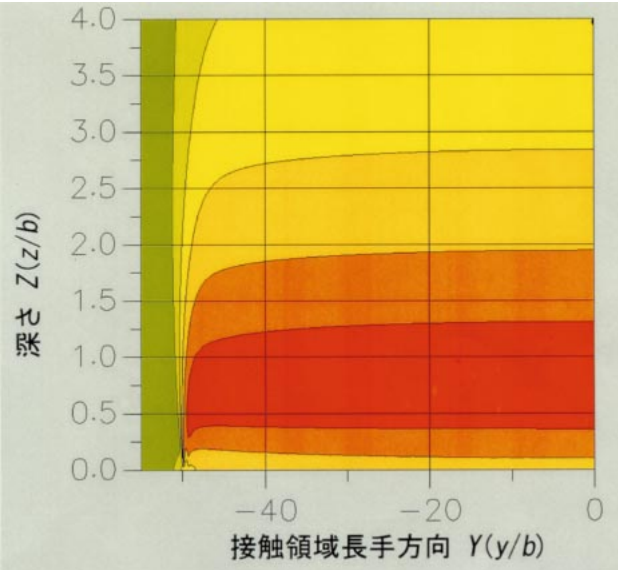

図9　相当応力分布の解析結果
（ころ軸受に最大負荷容量を与えるクラウニング形状，L_{we}/b=100, X=0）
Equivalent stress distribution given by numerical simulation
(Crowning profile to obtain maximum load carrying capacity, L_{we}/b=100, X=0)

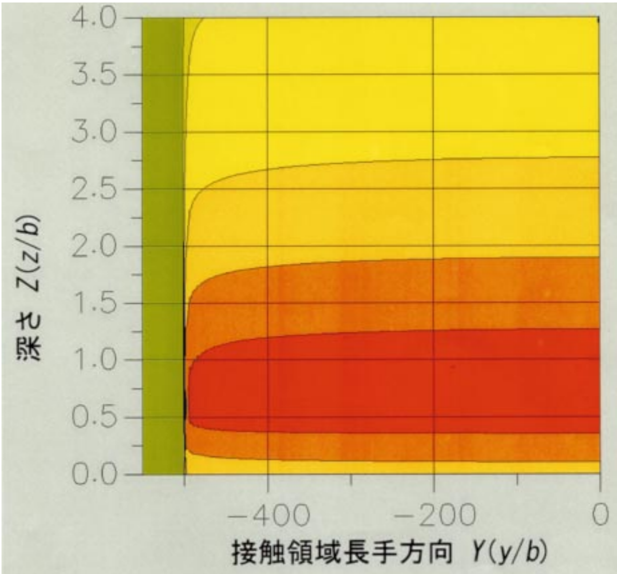

図10　相当応力分布の解析結果
（ころ軸受に最大負荷容量を与えるクラウニング形状，L_{we}/b=1000, X=0）
Equivalent stress distribution given by numerical simulation
(Crowning profile to obtain maximum load carrying capacity, L_{we}/b=1 000, X=0)

ころ軸受に最大の負荷容量を与えるクラウニング形状は，軸受材料がvon Misesの降伏条件に従うものとすれば，

$$h_{cr}(y) = 4Rk_2\left[\frac{\sigma_E}{0.557E'}\right]^2 \ln\left\{\frac{1}{1-(2k_1 y/L_{we})^2}\right\} \tag{17}$$

として求められる．ここで，σ_Eは，母材の引張降伏応力（圧縮降伏応力）である．

また，軸受材料がTrescaの降伏条件に従うものとするならば，

$$h_{cr}(y) = 4Rk_2\left[\frac{\tau_{max}}{0.3E'}\right]^2 \ln\left\{\frac{1}{1-(2k_1 y/L_{we})^2}\right\} \tag{18}$$

となる．τ_{max}はせん断降伏応力である．

あるいは次式の方がより，軸受設計に用いる場合には便利かもしれない．

$$h_{cr}(y) = \frac{2k_2 F}{\pi E' L_{we}} \ln\left\{\frac{1}{1-(2k_1 y/L_{we})^2}\right\} \tag{19}$$

式(19)は転動体荷重から最適設計をするための式であるが，転動体荷重Fは，静定格荷重のものを超えてはならない．

ただし，

$$k_1=\sqrt{1-\frac{1}{\exp\left[\frac{1}{0.2717+0.4783\left(\sqrt{L_{we}/b}\right)^{-1}}\left\{0.2501\ln(L_{we}/b)+0.4725\right\}\right]}} \tag{20}$$

$$k_2=1.25-2.2\left(\sqrt{L_{we}/b}\right)^{-1} \tag{21}$$

である．

なお，k_1は近似的に１としてもよいが，ころ端部でクラウニング量が無限大となってしまう．

5．おわりに

ころ軸受の転動体と軌道輪との接触部に着目することにより，接触圧力および内部応力の数値解析を行い，以下の結論を得た．

１)たとえころ軸受のころと軌道間のクラウニング形状をLundbergが目標とした接触圧力布が得られるように加工したとしても，やはり，重荷重下ではころ端部から塑性変形が生じる．
したがって，Lundbergの設計概念はころ軸受に最大の負荷容量を与えない．

２)ころと軌道との接触下の内部応力を検討し，材料の受けるダメージを接触領域の長手方向に均一に分布させるという，理論上，最大の負荷容量を持つころ軸受の設計概念を提示した．

３)理論上，最大の静的および動的負荷容量を持つクラウニング形状を任意の使用条件で与える簡易式を提示した．

(記号の説明)
(記号)

b　：線接触におけるHertzの接触幅の半分，x軸方向(m)

$$b=Rx\sqrt{\frac{8W}{\pi}}$$

E_1, E_2　：物体１，２のヤング率(N/m^2)

E'　：等価ヤング率(N/m^2)

$$\frac{1}{E'}=\frac{1}{2}\left[\frac{1-\nu_1^2}{E_1}+\frac{1-\nu_2^2}{E_2}\right]$$

F　：転動体荷重(N)

h_0　：ころと軌道輪間の未変形接触状態におけるすきま(m)

h_{cr}　：クラウニング量(m)

i, j　：離散化された要素の番号

k_1　：係数

k_2　：係数

L_{we}　：ころ有効長さ(m)

n_x, n_y　：離散化された接触圧力の要素数(x方向，y方向)

P_h　：線接触理論のHertzの最大接触圧力(Pa)

$$P_h=\frac{E'b}{4Rx}=\frac{2w}{\pi b}=E'\sqrt{\frac{W}{2\pi}}$$

$p_{i,j}$　：離散化座標(x_i, y_j)における接触圧力(Pa)

$P_{i,j}$　：離散化座標(x_i, y_j)における無次元接触圧力

r_{x1}, r_{x2}　：物体1，2のx方向の接触部の主曲率半径(m)

r_x　：xにおけるころ半径(m)

R_x　：x方向の等価半径，ころ最大径(m)

$$\frac{1}{Rx}=\frac{1}{r_{x1}}+\frac{1}{r_{x2}}$$

w　：y軸方向の単位幅あたりの荷重，$w=F/L_{we}$ (N/m)

W　：荷重パラメータ，$W=w/(E'Rx)$

x, y, z　：座標(m)

X, Y, Z：無次元座標(応力の計算地点)，$X=x/b$, $Y=y/b$, $Z=z/b$

x', y'　：圧力の作用点(m)

X', Y'　：無次元座標(圧力の作用地点)，$X'=x'/b$, $Y'=y'/b$

υ_1, υ_2　：物体１，２のポアソン比

π　：円周率

σ_x　：材料内部の任意の一点のyz面に垂直に作用する圧縮の応力成分(Pa)

σ_y　：材料内部の任意の一点のxz面に垂直に作用する圧縮の応力成分(Pa)

σ_z　：材料内部の任意の一点のxy面に垂直に作用する圧縮の応力成分(Pa)

τ_{xy}　：材料内部の任意の一点のxy面に垂直に作用するせん断応力成分(Pa)

τ_{yz}　：材料内部の任意の一点のyz面に垂直に作用するせん断応力成分(Pa)

τ_{zx}　：材料内部の任意の一点のzx面に垂直に作用するせん断応力成分(Pa)

τ_{MAX}　：材料内部の任意の一点の最大せん断応力成分(Pa)

σ_E　：材料内部の任意の一点に作用する相当応力成分，von Misesの降伏条件の判定に用いる(Pa)

Σ_X　：材料内部の任意の一点のyz面に垂直に作用する無次元圧縮応力，$\Sigma_X=\sigma_x/P_h$

Σ_y　：材料内部の任意の一点のxz面に垂直に作

用する無次元圧縮応力，$\Sigma_y = \sigma_y / P_h$

Σ_z　：材料内部の任意の一点のxy面に垂直に作用する無次元圧縮応力，$\Sigma_z = \sigma_z / P_h$

T_{xy}　：材料内部の任意の一点のxy面に垂直に作用する無次元せん断応力，$T_{xy} = \tau_{xy} / P_h$

T_{yz}　：材料内部の任意の一点のyz面に垂直に作用する無次元せん断応力，$T_{yz} = \tau_{yz} / P_h$

T_{zx}　：材料内部の任意の一点のzx面に垂直に作用する無次元せん断応力，$T_{zx} = \tau_{zx} / P_h$

T_{MAX}　：材料内部の任意の一点の無次元最大せん断応力，$T_{MAX} = \tau_{MAX} / P_h$

Σ_E　：材料内部の任意の一点に作用する無次元相当応力，von Misesの降伏条件の判定に用いる，$\Sigma_E = \sigma_E / P_h$

参考文献

１）Lundberg, G.：Forschung auf den Gebiete des Ingenieurwesen (1961) 165-174.

２）Johns, P. M., Gohar, R.：Tribology International, June (1981) 131-136.

３）Krzeminski-Freda, H., Warda, B.：Wear 192 (1996) 29-39.

４）鎌本繁夫，藤本浩司，山本隆司：日本トライボロジー学会，トライボロジー会議予稿集 (大阪1997-10) 466-468.

５）鎌本繁夫，藤本浩司，山本隆司：日本トライボロジー学会，トライボロジー会議予稿集 (東京1998-5) 494-496.

６）Johnson, K. L.：Contact Mechanics (1987) 51.

筆　者

藤本浩司**
K. FUJIMOTO

山本隆司***
T. YAMAMOTO

鎌本繁夫*
S. KAMAMOTO

*　総合技術研究所　システム技術研究所　電子システム研究部

**　東京大学　大学院工学系研究科　航空宇宙工学科　助教授　工学博士

***　東京農工大学　工学部　機械システム工学科　教授　工学博士