玉軸受の3次元NRRO解析

3-Dimension Analysis of NRRO in Ball Bearings

多田誠二 S. TADA

NRRO is one of the characteristics of a high precision ball bearing. The decrease of NRRO contributes to the track density improvement (memory capacity improvement) of hard disk drives.

Here, the NRRO analytical program of ball bearings has been developed, and the result of NRRO analysis is shown. The developed program is 3-dimension NRRO analytical program which fixes the contact angle, and a static analytical program including the concept of time.

Key Words: ball bearing, non-repeatable run-out, race behavior, 3-dimension analysis

1.はじめに

玉軸受の性能を示す指標のひとつにNRRO (Non-Repeatable Run-Out)がある.これは軸受 の回転精度を示す重要な指標のひとつである.特 にハードディスクドライブ(以下HDDと称す)ス ピンドル用軸受では,NRROがデータ読み書きに 弊害を与えるトラッキングエラー発生やスピンド ル共振の加振源となる可能性があり,トラック密 度向上の妨げとなっている.よって,玉軸受の NRRO発生原因やその規則性を見出すこと,およ び回転輪の挙動形態を把握することは,NRROを 低減する上で重要である.

玉軸受におけるNRROの実験的解析は,非常に 進んでいる.玉軸受の主要なNRRO成分(1次成 分)については古くから研究が行われており,実 験的にほぼ解明されている^{1)~6)}.一方,NRROの 数値解析については,動解析では多大な計算時間 が必要なため,時間の大幅短縮を計る手法として, 玉 - 軌道間のばね力(弾性復元力)を線形化した静 的なラジアル方向(2自由度)の2次元線形解析 法⁷や,玉-軌道間のヘルツ接触を考慮した2次 元非線形解析法³⁾が報告されている.後者の非線 形解析では,NRROの1次成分だけでなく,2次 成分が発生することも紹介されているが,詳細は 不明である.また,2次元非線形解析の元で,軸 受2個使いでの動解析法も紹介されている^{?)}.こ れらは計算時間の大幅短縮を達成しているが,ラ ジアル方向のNRROの解析であり,アキシアル方 向の解析には言及していない.

3次元NRRO解析を行う場合には,軸受動解析 ソフトADORE¹⁰⁾を用いれば,玉接触角を考慮し, 玉-軌道間のばね特性がヘルツ接触で非線形な5 自由度NRRO動解析が可能である.このソフトを 用いれば,内・外輪の軌道うねり,玉ピッチ誤差, 玉数等によるNRRO成分の影響を3次元空間で高 精度に解析することが可能である.ただし,潤滑 膜を考慮した接触状態を考慮するだけでなく,保 持器の衝突問題まで含んだ動解析ソフトであるた め,解析時間が非常にかかる.また,前者の2次 元解析法で解析可能な玉うねりの影響も,3次元 的なうねり情報を入力する必要があるため,現状 では解析が困難である.よって,これらを全て補 う解析プログラムがあれば,より高度なNRRO解 析が可能と考えられる.

そこで,本研究では,玉が接触角を持ってヘル ツ接触する玉軸受を解析モデルとし,接触角を固 定(玉自転軸固定)とすることで,玉うねりも考慮 可能とし,時間の概念を取り入れて準動的に解析 を行うことで計算時間を飛躍的に短縮することが 可能な3次元非線形NRRO解析プログラムを開発 したので結果を示す.

2.3次元NRRO解析

2.1 解析方法

玉表面および内・外輪軌道のうねりが原因で発 生するNRROは,幾何学的な力の釣り合いから算 出可能である.なお,NRROについての一般的説 明は多くの文献でなされており前号(no.160)で もとりあげられているので省略する.

うねりを考慮したNRRO計算プログラムについ ては,接触角を0radとした2次元解析プログラ ムがいくつか紹介されているので^{7),8)},ここでは, 軸受単品のNRRO測定時に使われている定圧予圧 方式で軸受に予圧P_Lを加え,幾何学的理想形状で 接触角が固定(モーメントの釣り合い無視)され, 玉が等配(進み遅れなし)された状態での3次元 NRRO算出法について述べる.外輪回転時の解析 モデルの模式図を図1に示す.同図では,軌道お よび玉転走面のうねりによって内輪幾何学中心 G_i (0,0,0)は固定のため変化しないが,外輪幾 何学中心 G_o (×,y,z)が変化した模式図であ る.玉と内・外輪は,非線形ばね K_i , K_o でそれぞ れ支持されており,接触角は初期予圧 P_i だけ付加 された場合の値を用いている.この接触角は初期 状態で,解析中一定であると仮定している.また, 座標系は図1のように,z軸をアキシアル方向と する直交座標系とした.



図1 解析モデルの模式図(外輪回転時)

Scheme of analysis model (outer race rotation)

玉表面および内・外輪軌道うねりは,フーリエ 級数に展開可能であるから,内・外輪軌道半径を r_i , r_o ,玉半径を r_b ,各山のうねり振幅と位相差を それぞれ a_i , a_o , a_b , j(j:山数)とすれば,t秒 後のj番目の玉における内・外輪および玉のうね り形状を含んだ玉接触位置でのうねり形状関数 W_i , W_{oi} , W_b は(1)で示される.

$$\begin{split} W_{ij} &= r_i + \sum_{k=1}^{N} a_{ik} \cos(j\omega_r t - \phi_{ik}) \} \\ W_{oj} &= r_o + \sum_{k=1}^{N} a_{ok} \cos(j\omega_c t - \phi_{ok}) \} \\ W_{bj} &= 2r_b + \sum_{k=1}^{N} [a_{bjk} \cos(j\omega_b t - \phi_{bjk}) + \cos(j\omega_b t - \phi_{bjk} + \pi)] \end{split}$$

.....(1)

ここで、
 。 : 玉公転角速度
 b : 玉自転角速度
 , : 外輪角速度 rad/sec]
 i, o, b: 内輪, 外輪, 玉
 j : j番目の玉
 k : うねりの山(次数)
 である.よって,t秒後のj番目の玉位置での弾性
 変位量 」は(2)で示される.

 $_{j} = (W_{ij} - W_{oj})\cos + W_{bj} + d_{pl}$ (2)

ここで, d_{al}:初期予圧に伴う内・外輪と玉間に おける接触角 傾いた接触方向の 弾性変位量

となる.ヘルツ理論により1個の玉において転動 体荷重Qと弾性変位量 との間には(3)の関係がある¹¹⁾.

ここで*K*_aは定数であり,玉-内輪間の定数を*K*_i, 玉-外輪間の定数を*K*_oとすれば,*K*_aは(4)で示される.

以上から,外輪幾何学中心の各軸への変位x,y, *z*を変数とすると,力の釣り合いは,(5)で示される.

$$\sum_{j=1}^{Z} K_{\{} \delta_{j} - (x\cos\theta_{j} + y\sin\theta_{j})\cos\alpha - z\sin\alpha\}^{1.5}\cos\alpha\cos\theta_{j} = \mathbf{0}$$

$$\sum_{j=1}^{Z} K_{\{} \delta_{j} - (x\cos\theta_{j} + y\sin\theta_{j})\cos\alpha - z\sin\alpha\}^{1.5}\cos\alpha\sin\theta_{j} = \mathbf{0}$$

$$\sum_{j=1}^{Z} K_{\{} \delta_{j} - (x\cos\theta_{j} + y\sin\theta_{j})\cos\alpha - z\sin\alpha\}^{1.5}\sin\alpha = F_{a}$$
.....(5)

ここで, 」は任意の時刻における」番目の玉の 角位置(x軸上を0degとし時計回り方向の角度)で ある.なお,(4)式は,それぞれx,y,z方向の力 の釣り合いで,この非線形連立方程式を解くこと で,各時間における各要素のうねりを考慮した外 輪の挙動を解析できる.また,接触角 は,予圧 によって変化するが,うねりの大きさでは変化し ないとし,玉自転軸を固定している.これにより, ADOREでは計算が困難であった玉うねりの影響 も限定的ではあるが解析可能である.ただし,モ ーメントの釣り合い,遠心力やうねりによる接触 角の変化は無視している.

2.2 うねり付加時のNRRO解析結果

2.2.1 単一うねりが付加された場合のNRRO

前節で説明した式を用いて3次元NRRO解析プ ログラムを作成し,内・外輪玉のうねりと外輪挙 動の関係を解析した結果の例を示す.なお,入力 うねりは,全振幅(p_p値)で,NRROの値は,外 輪幾何学中心に対しハニング窓適用後,FFT解析 にて得られたパワースペクトル値の2倍(p_p値) で示している.また,内・外輪軌道うねりは,軌 道底径がうねりによってラジアル方向に増減する が,軌道半径(曲率)は変化しないものとする. 表1に基準モデルの解析パラメータを示す.

表2に単一うねりの場合のNRRO出現周波数を 示す.ここで,表2に示したnZ±1山のうねり成 分は,(4)式の指数部を排除した線形方程式でも確 認でき,NRROの大きさは,予圧,材質,接触角 等の入力パラメータに関係なく一定であった. 図2に解析結果例を示す.うねりに対するNRRO の大きさは,解析モデルさえ決まれば,うねりの 大きさと出現するNRRO成分の大きさは比例関係 にある.ただし,玉については,玉数を増加させ るとNRROが減少している(線形モデルでは,反 比例の特性を示す).一方,アキシアル方向の NRRO成分,玉うねりによる成分は,予圧,残留 ラジアルすきま(接触角)が変化すると,NRROは 非線形特性を示す.

表1 基準解析モデル

Standard analysis model

回転区分	外輪回転	予圧	20N
予圧方式	定圧予圧	ヤング率	2.08×10^{11} Pa
玉ピッチ円直径	7 mm	ポアソン比	0.3
玉径	1 mm	ラジアルすきま	10 µ m
玉数	8		

表2 単一うねり付加時のNRRO1次成分

The first element of NRRO when single waviness is added

	入力うねり	うねり山数	<i>x ,y</i> 方向[Hz]	<i>z</i> 方向[Hz]		
内輸(静止輪) 外輸(回転輪) 玉(Z=8)	内輸(静止輪)	nZ	-	nf_i		
		nZ+ 1	nf _i	-		
		nZ-1	nf_i	-		
	外輸(回転輪)	nZ	-	nf_o		
		nZ+ 1	$nf_o + f_r$	-		
		nZ- 1	nf _o - f _r	-		
			$2nf_b$ - f_c	-		
	玉(Z=8)	2 <i>n</i>	$2nf_b + f_c$	-		
		-	$2nf_b$			



図2 NRRO解析結果例

Examples of NRRO analysis

次に,2次成分以上の高次成分について説明す る.単一うねりのみを考慮した場合でも,非線形 NRRO解析では,表2に示した以外の山数で NRRO成分が発生している.この発生形態をまと めると,表3のようになる.すなわち,内・外輪 うねりの山数をW_a,次数をjとすれば,

$$W_n = \frac{nZ}{j}$$
 出現周波数:内輪; nf_i 外輪; nf_o
 $W_n = \frac{nZ \pm 1}{j}$ 出現周波数:内輪; nf_i 外輪; $nf_o \pm 1$

」: 次数, W_n: つねりの山数, n: 止の整数 右辺が正数のときNRRO発生

.....(6)

の関係にある.なお,解析の結果,NRROの次数 が大きくなると,対数的にNRRO成分の大きさが 小さくなっていく.よって,通常2次(多くても 3次)の成分までを考慮すれば良いと思われる. ここでは,2次成分における考察結果を紹介す る.

表3 NRRO高次成分(1次成分を含む)

Higher-order elements of NRRO (first element including)

入力うねり		うねり山数	<i>x</i> ,y方向[Hz]	<i>z</i> 方向[Hz]
		n(Z+ 1)∕j	nfi	-
内	輪	n(Z-1)∕j	nfi	-
		n Z/j	-	nfi
	輪	n(Z+ 1)∕j	$nf_o + f_r$	-
外		n(Z-1)∕j	nf_o - f_r	-
		n Z/j	-	nf_o

n:正の整数, j:次数(うねり山数が正の整数時発生)

図3に軌道うねりの大きさ,予圧,ラジアルす きま(接触角)が変化した場合のNRRO2次成分の 変化を示す.同図は,表3で,j=2,n=1とし た外輪軌道うねり入力した結果で,左図が外輪ア キシアル方向,右図が外輪ラジアル方向のNRRO 2次成分の大きさを示している.

1次成分では, ラジアル方向のNRROが予圧や ラジアルすきまの変化に関係なく一定であったの に対して, 2次成分では非線形特性を示している ことがわかる.また,うねりの大きさの増加に対 して, NRRO2次成分は2乗に比例して大きくな っている.さらに, 2次成分では, 1次成分とこ となり,同じ入力うねりであれば,玉数が増加す るほどNRRO成分が増加している.



図3 NRRO**の2次成分の解析結果**

Analytical result of the second element of NRRO

最後に,単一うねりを外輪に付加した場合の, NRRO出現周波数を表4に示す.同表は玉数およ び外輪軌道のうねり山数を20までとし,1~3次 のNRRO成分を記述している.内輪(固定輪)に対 しては,(6)式に示したように,出現周波数が異な るだけで,この結果と同じ玉数,うねり山数で NRRO成分が発生する.



2.2.2 内外輪にうねりが付加された場合

内・外輪にうねりがある場合も,基本的に,単 -NRRO成分の和(あるいは差)でNRROが出現す る.ただし,解析を進めていく過程で例外的な成 分が存在していることがわかった.それは,和差 成分で発生するNRROである.すなわち,内輪お よび外輪に単一うねりの和あるいは差が前節の和

KOYO Engineering Journal No.161 (2002)

差成分と一致した場合,2次成分が発生する.し かし,その出現周波数は異なる.

今,内・外輪うねりの山数をそれぞれ W_{ni} , W_{no} とすると,

$$|W_{ni} + W_{no}| = nZ + 1 が成立した時
\left|\frac{W_{ni}(nf_{o} + f_{r}) + nW_{i}f_{i}}{W_{ni} \pm W_{no}}\right| = |W_{no}f_{r} + nf_{i}| [Hz]
|W_{ni} + W_{no}| = nZ - 1 が成立した時
\left|\frac{W_{ni}(nf_{o} - f_{r}) + nW_{i}f_{i}}{W_{ni} \pm W_{no}}\right| = |W_{no}f_{r} + nf_{i}| [Hz]
|W_{ni} \pm W_{no}| = nZ が成立した時
\left|\frac{nW_{no}f_{o} + nW_{i}f_{i}}{W_{ni} \pm W_{no}}\right| = |W_{no}f_{r} + nf_{i}| [Hz]
ただし,いずれもW_{ni}, W_{no} nZ, nZ \pm 1$$

の周波数にNRRO2次成分が発生する.

3.NRROの挙動解析結果

NRROの本質を知るためには,回転輪幾何学中 心の挙動を把握することも,軸受の特性,測定方 法を考える上で重要である.本章では,まず,単 ーのうねりに関する挙動を示す.次に,内輸(静 止輪)ラジアルNRROの異方性について述べる.

3.1 軸受各要素に単一うねりがある場合の挙動

軸受各要素の1箇所に単一うねりが存在する場合の回転輪挙動は,NRROの理解を深める基本となるため,簡単に解説する.この場合,回転輪幾何学中心の挙動は4通りに分類できる.すなわち

軌道にnZ±1山うねりがある場合 軌道にnZ山うねりが存在する場合 玉に2n山うねりが存在する場合 玉に直径相互差,周方向ピッチ誤差が存在す

る場合

である.

は, Z方向に対してNRRO発生周波数で往復 運動し, の場合は,力のつりあう位置に外輪が 移動し,保持器自転周波数f_c[Hz]で回転方向に周 回運動するので,これらは割愛する. および

の場合に対する解析結果を図4および図5にそ れぞれ示す.軌道にnZ±1山の単一うねりがあ る場合は,発生周波数でラジアル方向に周回運動 をする(アキシアル方向に変動なし).ただし, nZ+1山とnZ-1山で周回方向が異なる.また 内・外輪によっても回転方向が異なっている.こ れらの成分は,特に1次成分では線形解析でも確 認できることから,単純な力の釣り合いで動くも のと考える.なお,2次成分も,同様の円運動を しており,円の直径はNRROの値と一致し,その 回転周期がNRRO発生周波数である.また,図5 に示した玉の挙動は、1個の玉に2山のうねりを 付加した場合のもので,他の成分と比べて複雑な 挙動をしている.また,同図は外輪4回転分の挙 動であり,解析点数を増やしていくと,ほぼグラ ス状の外形となる.挙動は,左回りの楕円状に回 転(1往復が玉の1回転)しながら回転方向に少し ずつずれていく(玉公転の影響).



図4 nZ ± 1山付加時の外輪幾何学中心挙動

Outer race geometrical center behavior when $nZ \pm 1$ robes is added



図5 玉2山成分うねり付加時の外輪幾何学中心挙動 (玉自転軸,接触角固定,外輪4回転の挙動)

Outer race geometrical center behavior when waviness of two robes element of ball is added

3.2 静止輪Z±1山複合による異方性の解析

本節では内輪に2+1山と2-1山うねりの大 きさと位相を変化させた場合の挙動について述べ る.解析例(玉数8個)を図6に示す.



図6 内輪 Z + 1 山うねりの複合による異方性の解析例 (Z=8, a: 長軸長さ, b: 短軸長さ, : 長軸の傾き)

Example of analyzing anisotropy when waviness of Z+1 robes of inner race is combined (Z=8, a : Length of major axis, b : Length of minor axis, : Inclination of major axis)

図より,内輪(静止輪)にZ+1山とZ-1山の うねりがある場合,NRROのリサージュは,うね りの大きさが同じ場合,線状になり,大きさが異 なる場合は楕円形状になる.長軸の長さは,うね りの大きさの和に,短軸は差の絶対値になること がわかる.また,内輪うねりの位相差によって楕 円形状長軸の傾き が決定される.今,nZ+1 山の位相差を Z+1,nZ-1山うねりの位相差を

_{z-1}とすれば,外輪幾何学中心の楕円軌跡長軸 の傾き は,

$$\phi = \left\{ \frac{\phi_{nZ} + (nZ + 1) - \phi_{nZ} \cdot (nZ - 1)}{2} \right\} \dots (8)$$

となる.図6中の位相の欄に(8)式を適用した長軸の傾きを示している(括弧があるものは,括弧内が計算結果).よって,*f*成分はZ±1山成分の和(楕円軌跡の長軸)で最大であるため,異方性を考慮した測定が必要である.

3.3 うねりが複数存在する場合の挙動

ここでは,軌道に対して*n*=1の1次成分を全て付加した場合の挙動を示す.

図7に解析結果を示す.これは,玉数8個とし, 内・外輪に7,8,9山うねりをそれぞれ20nm 付加(計6成分)し,回転速度5400min⁻¹,0.8秒分 (4096点)のデータを全てプロットした結果であ る.図7より,レースに存在する全ての1次成分 (*n*=1)だけでも,非常に複雑な挙動の形状を示 すことがわかる.



Behavior when two or more element waviness are added Waviness of Z–1, Z, and Z+1 robes (20nm) is added to inner/outer races 外輪幾何学中心の運動を確認しても,全ての座 標面で前向きと後ろ向きの振れ回りを含んだ複雑 な挙動をしていることが確かめられた.なお, ADOREでもほぼ同形状の挙動が得られ,絶対値 で最大1.5%ほどの誤差であることを確認してい る.また,このモデルでの計算時間はPentiumⅢ (850MHz)のコンピュータを用いて約5秒であっ た.

3次元NRRO解析プログラムの特徴 について

今回開発した3次元NRRO解析プログラムは, 玉軸受の内・外輪うねり,玉うねり,玉ピッチ誤 差を時間経過の概念を取り入れて解析可能で, NRRO解析のほとんどをカバーできる.また,外 輪幾何学中心の挙動,各要素の挙動もアニメーシ ョンによって視覚的に確認できるようにしたこと で,多くの発見が得られた.

紙面の都合上今回は割愛したが開発プログラム での解析結果は,ADOREでの解析結果と一致し, その妥当性が確認されている¹²⁾.

HDDに代表されるように,NRROの低減は, HDDの記録密度向上のカギを握っている^{13),14)}. このような状況で,今回紹介したプログラムを用 いたNRRO解析は,今後のNRRO低減のヒントを 与えてくれるであろう.本プログラムは,軸受転 走面のうねりを考慮した3次元NRRO解析であれ ば,十分な解析能力と処理スピードをもっており, NRRO本来の特性を知ることが出来る.

5.おわりに

HDD玉軸受用に準動的な3次元NRRO解析プログラムを開発し,NRROの非線形特性,挙動を中心に解析を行った.この結果,以下の結論を得た.

- 内・外輪のnZ±1山うねりによるラジアル方向のNRRO1次成分は,材質や予圧,接触角, 玉数に関係なく,うねりの全振幅と同等で, うねりの大きさと比例関係にある.
- 内・外輪アキシアル方向のnZ山うねりおよび 玉2n山うねりで発生するNRROは,非線形性 が認められる.
- 3)内・外輪うねりによるNRRO高次成分は全て非 線形性を有している.また,単一うねりでの 高次成分発生山数を数式化した.
- 4)内輪および外輪にそれぞれ単一のうねりが存 在する場合のうねり山数と2次成分発生周波 数の関係を示した。

5 静止輪Z+1山とZ-1山うねりが重層する場 合,外輪幾何学中心は楕円形状であることを 示すとともに,その長軸の傾きを数式化した. 3次元NRRO解析プログラムは,玉の自転軸, 接触角を固定することで,玉うねりの影響も解析 可能となり,挙動解析を進めれば,さらに新しい 事実を発見できる要素を含んでいると予想され る.

参考文献

- **2**) O. Gustafsson, SKF Report. AL 62 L 005 (1962) .
- 3)五十嵐昭男:「転がり軸受の音響および振動に関する研究論文集」,長岡技術科学大学 機械系内五十嵐研究室(1986).
- 4) G. Bonchard and L. Lau, "An Investigation of Non-repeatable Spindle Runout", IEEE Transactions on Magnetics, MAG-23, No.5, (1987) 3687.
- 5) W. O. Richter and F. E. Talke : "Nonrepeatable Radial and Axial Runout of 5 1/4" Disk Drive Spindles", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 24, No. 6, (1988) 2760.
- 6) K. Ono, et al., "Analysis of Nonrepeatable Radial Vibration of Magnetic Disk Spindles", Transaction of the ASME, Vol. 113, JULY, (1991) 292.
- 7) 坂口 智也, 赤松 吉信: NTN Technical Review, No.69(2001)69.
- 8)野口昭治,小野京右:日本機械学会論文集
 (C編)64巻620号(1998-4)282.
- 9) S. Deeyiengyang,小野京右:日本機会学会 論文集(C編)66巻648号(2000-8)82.
- 10) P. K. Gupta: "Advanced Dynamics of Rolling Elements", Springer -Verlag (1984).
- 11) T. A. Harris : "ROLLING BEARING ANALYSIS - Third Edition", JOHN WILEY & SONS, INC. (1991).
- 12) 多田誠二: KOYO Engineering Journal, no. 160(2001)31.
- 13) 瀧井裕一:精密工学会誌, vol 67, no. 7 (2001)1083.
- 14) 向笠正弘: Koyo Engineering Journal, no. 160(2001)16.

筆者



* 総合技術研究所 基礎技術研究所 軸受研究部 工学博士